

T.C.
ERZİNCAN BİNALI YILDIRIM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

KISITLI MİNİMAL SÜPERSİMETRİK TİP-I SEESAW MODELİ İLE TAU
BOZUNMALARINDA LEPTON TÜRÜ DEĞİŞİMİ İHLALİ

Mahmoud ALBARI

Danışman: Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ

II. Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD

TEZ JÜRİ ÜYELERİ

Prof. Dr. Önder ŞİMŞEK

Prof. Dr. İbrahim KARAMAN

Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ

Doç. Dr. Kemal Volkan ÖZDOKUR

Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD

DOKTORA TEZİ

ERZİNCAN, 2025

© 2025 [Mahmoud ALBARI]. Tüm hakları saklıdır.

Kabul ve Onay Sayfası

Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ danışmanlığında, Mahmoud ALBARI tarafından hazırlanan bu çalışma 04/07/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Doktora Tezi olarak kabul oybirliği/oy çokluğu (.../...) ile kabul edilmiştir Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ

Başkan : Prof. Dr. Önder ŞİMŞEK İmza:

Üye : Prof. Dr. İbrahim KARAMAN İmza:

Üye : Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ İmza:

Üye : Doç. Dr. Kemal Volkan ÖZDOKUR İmza:

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD İmza:

Yukarıdaki Yüksek Lisans/Doktora Tezi Enstitü Yönetim Kurulunun / / 20.... tarih ve/..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Doç. Dr. Kemal Volkan ÖZDOKUR
Enstitü Müdür V.

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildirişlerin, şekil ve tabloların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

Bilimsel Etiğe Uygunluk Sayfası

“Kısıtlı minimal süpersimetrik Tip-I seesaw modeli ile tau bozunmalarında lepton türü değişimi ihlali” isimli “Doktora” tezim tarafımca intihal tespit programı ile incelenmiştir. Buna göre tezimde bilimsel etik ihlali ve intihal olarak nitelendirilebilecek herhangi bir durum olmadığını taahhüt ederim.

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir biçimde elde edildiğini; aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiğı gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi beyan ederim.

04/07/2025



Mahmoud ALBARI

ÖZET

KISITLI MİNİMAL SÜPERSİMETRİK TİP-I SEESAW MODELİ İLE TAU BOZUNMALARINDA LEPTON TÜRÜ DEĞİŞİMİ İHLALİ

Mahmoud ALBARI

Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ

II. Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD

2025, 95 sayfa

Lepton Numarası İhlali (Lepton Flavor Violation- LFV) süreçleri, farklı lepton jenerasyonları arasında geçişleri içerir ve Standart Model (SM) çerçevesinde kesin olarak yasaktır. Ancak, bu tür süreçlerin olası gözlemleri, Standart Model Ötesi (BSM) yeni fizik teorileri hakkında önemli ipuçları sağlayabilir. Bu tez çalışmasında, Tip-I Seesaw Mekanizması ile genişletilmiş Kısıtlı Minimal Süpersimetrik Standart Model (CMSSM) çerçevesinde, nadir tau bozunmalarında LFV incelenmiştir. Aşağıdaki altı LFV tau bozunma kanalına odaklanmaktadır: $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$ ve $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$. Bu kanallar, süpersimetrik flavor karışımları, Yukawa bağlanımları ve seesaw parametrelerine karşı oldukça hassastır. Modelin kurulumu ve spektrum üretimi için SARAH ve SPheno; bozunma oranlarının hesaplanması için FlavorKit ve veri görselleştirmesi için ROOT yazılımları kullanılmıştır. Araştırmada, bozunma oranlarının evrensel skaler kütle m_0 , gaugino kütlesi $m_{1/2}$, üçlü bağlanım katsayısı A_0 ve Higgs alanlarının vakum beklentisi oranı $\tan\beta$ gibi temel parametrelere bağlı olarak nasıl değiştiği sistematik olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar, bozunma oranlarının $\tan\beta$ arttıkça yükseldiğini ve m_0 azaldıkça arttığını, ayrıca Higgsino kütle parametresi μ işaretine oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir. Özellikle $A_0 = 1200$ GeV, $\tan\beta = 40$ ve $m_{1/2} = 160$ GeV gibi senaryolarda, tahmin edilen bozunma oranlarının FCC ve CEPC gibi gelecekteki yüksek hassasiyetli deneylerin algılama sınırlarına yaklaştığı görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: LFV, CMSSM, Seesaw-I, ROOT, SUSY

ABSTRACT

LEPTON FLAVOR VIOLATION TAU DECAYS IN CONSTRAINED MSSM TYPE-I SEESAW MODEL

Mahmoud ALBARI

PhD Thesis, Erzincan Binali Yıldırım University, Institute of Science and Technology,
Department of Physics

Advisor: Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ

Co-advisor: Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD

2025, 95 pages

Lepton Flavor Violation (LFV) processes, which involve transitions between different lepton generations, are strictly forbidden in the Standard Model (SM) of particle physics. However, their possible occurrence provides an intriguing window into physics beyond the Standard Model (BSM). This thesis investigates LFV in rare tau decays within the framework of the Constrained Minimal Supersymmetric Standard Model (CMSSM), extended by the Type-I Seesaw Mechanism. The analysis focuses on six LFV tau decay channels: $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, and $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$. These processes are sensitive to supersymmetric flavor mixings, Yukawa couplings, and the high-scale seesaw parameters. Using SARAH and SPheno, the model was implemented and spectrum generated; FlavorKit computed the branching ratios (BRs), and ROOT was used for numerical data visualization. The study systematically analyzes how BRs evolve as a function of key parameters such as the universal scalar mass m_0 , gaugino mass $m_{1/2}$, trilinear coupling A_0 , and the ratio of Higgs vacuum expectation values $\tan\beta$. Results show that the BRs increase significantly with higher $\tan\beta$ and lower m_0 , and are highly sensitive to the sign of the Higgsino mass parameter μ . For instance, in scenarios with $A_0 = 1200$ GeV, $\tan\beta = 40$, and $m_{1/2} = 160$ GeV, branching ratios can approach the projected sensitivity bounds of future experiments like FCC and CEPC. The predicted BRs for LFV tau decays lie within the detection reach of forthcoming high-luminosity colliders.

Keywords: Lepton, flavor, violation, tau, decay, CMSSM, seesaw, supersymmetry

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmam süresince bana bilimsel rehberliği ve yapıcı yönlendirmeleriyle değerli katkılarda bulunan **Prof. Dr. Ali Ercan EKİNCİ**'ye en içten teőekkürlerimi sunarım. Akademik birikimi ve titiz geri bildirimleri, çalışmamın gelişiminde önemli rol oynamış; karşılaştığım birçok zorluğun üstesinden gelmemde yol gösterici olmuştur. Ayrıca, bu yolculuk boyunca her zaman yanımda olan, araştırmamın her aşamasında sabırla destek veren **Dr. Öğr. Üyesi Vael HAJAHMAD**'a da gönülden teşekkür ederim. Anlayışı, teşviki ve güveni, bu tezin tamamlanmasında büyük bir etkendir. Bu süreçte yanımda olan, bana inanan ve her zaman moral kaynağım olan aileme de özel bir teşekkür borçluyum. Manevi destekleri, bu yolculuğu benim için daha anlamlı ve sürdürülebilir kılmıştır. Son olarak, doğrudan ya da dolaylı olarak katkı sağlayan herkese teşekkür ederim.

Mahmoud ALBARI
Haziran, 2025

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
TABLolar DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
1.GİRİŞ.....	12
1.1. Araştırmanın Amacı	14
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR	15
2.1. Standart Model	15
2.1.1. Lagrangian standart model	18
2.1.2. Elektrozayıf teoride kendiliğinden simetri kırılması	19
2.1.3. Fermiyonların (leptonlar ve kuarklar) karışımları ve kütleleri	22
2.2. Standart Model'in Ötesindeki Fiziğin Kanıtları Ve İpuçları.....	26
2.2.1. Nötrino kütleleri	27
2.2.2. Karanlık madde.....	27
2.2.3. Baryon asimetrisi.....	28
2.2.4. Yerçekimi	29
2.3. Karanlık Enerji	29
2.3.1. Hiyerarşi problemi.....	29
2.4. Nötrino Fiziği	31
2.4.1. Nitrinoat dirac.....	31
2.4.2. Nitrinwat majorana.....	32
2.4.3. Weinberg operatörü	33
2.4.4. Tahterevalli mekanizması.....	35
2.4.5. Tahterevalli tip-1 salınım mekanizması	35
2.4.6. Tahterevalli tip-11 salınım mekanizması	37
2.4.7. Tahterevalli tip-111 salınım mekanizması	39
2.4.8. Nitrino titreşimi	40
2.5. Süpersimetri.....	44
2.5.1. Süpersimetri teorisine genel bakış	45
2.5.2. Standart model minimalist simetriyi aşıyor.....	48

2.5.3. Lagrangian model mssm ve pairwise-r.....	50
2.5.4. Süpersimetrisinin otomatik olarak kırılması ve birleşme.....	53
2.5.5. Mssm model parçacıkları.....	54
2.5.6. Birleşme senaryoları	55
2.5.7. Mssm modelinin süpersimetrik salınım mekanizması ile genişletilmesi	56
3. YÖNTEM.....	58
3.1. Lepton Aromasına Nüfuz Etmek.....	58
3.1.1. Lepton lezzeti	58
3.1.2. So (10) birleşimi çerçevesinde genişletilmiş mssm modelinde $z \rightarrow \mu\tau$ ve $\tau \rightarrow \mu\gamma$ etkileşimlerinin incelenmesi	60
3.1.3. Genişletilmiş susy modellerinde tau parçacık bozunumlarında lepton lezzet ihlalinin incelenmesi	60
4. BULGULAR	61
4.1. Lfv Süreçlerine Box Diyagram Katkıları	61
4.1.1. Nötralino diyagramları	61
4.1.2. Chargino diyagramları.....	61
4.1.3. W ⁺ and h ⁺ diagrams	62
4.1.4. Neutralino katkılarının açıklaması.....	63
4.1.5. Chargino katkılarının açıklaması.....	64
4.1.6. W ⁺ ve h ⁺ katkılarının açıklaması	67
4.2. Analiz Ve Sonuçlar.....	67
4.2.1. Br değişiminin analizi ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) ile ilgili olarak m_0	70
4.2.2. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) tan'ın fonksiyonu olarak analizi β	72
4.2.3. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) fonksiyonu olarak incelenmesi m_0	73
4.2.4. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) tan'ın fonksiyonu olarak incelenmesi β	74
4.2.5. Br'nin ($\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$) m_0 'ın fonksiyonu olarak analizi.....	76
4.2.6. Br ($\tau \rightarrow 3\mu$) ve br ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değerlerinin tan değerine göre değişiminin incelenmesi β	77
4.2.7. Br ($\tau \rightarrow 3\mu$) ve br ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değişimlerinin m_0 'a göre	78
4.2.8. Br ($\tau \rightarrow 3\ell$)'nin tan'ın bir fonksiyonu olarak analizi β	79
4.2.9. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) tan'ın fonksiyonu olarak incelenmesi β	80
4.2.10. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) m_0 'ın fonksiyonu olarak analizi	81
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	83

5.1. Sonuç Ve Genel Bakış.....	83
5.1.1. Gelecek alışmalar.....	84
KAYNAKÇA	85

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1. Nadir Tau LFV Bozunmaları için Mevcut Sınırlar ve Gelecek Projeksiyonlar	15
Tablo 2. Çekirdek içindeki iki protonun ve bunların alan parçacıklarının bağıl kuvvetleri.	16
Tablo 3. Standart bozonlar ve üretmeleri.	16
Tablo 4. Parçacık alanları ve kuantum sayıları.	17
Tablo 5. Z, W ve H bozonlarının kütlelerini göstermektedir.	20
Tablo 6. Standart Model'deki fermiyonların nesilleri.	22
Tablo 7. M_Z enerji ölçeğinde Yuakawa bağlaşım sabitlerinin değerleri ile fermiyonların kütle ilişkisi.	24
Tablo 8. Sol-elli Majorana nötrino kütle terimi içindeki alan yükleri.	33
Tablo 9. Nötrino kütleleri için üst sınırlar, m_{ν} ve β -ayırışma deneylerinden hesaplanmıştır, $m_{\beta\beta}$, nötrinolu çift β -ayırışmadan hesaplanmıştır, $\sum m_{\nu}$, astronomik deneylerden hesaplanmıştır.	43
Tablo 10. MSSM'de modüler süper alanların ve kiral süper alanların parçacıkları. i parçacığın nesil numarasını gösterir, burada $i=1,2,3$	49
Tablo 11. Standart Model'de Lepton sayısı ve lepton aroması.	59
Tablo 12. Sonuçlarımız, deneysel sınırlarımız ve gelecekteki hassasiyetimiz.	83

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Standart Model Parçacıkları	18
Şekil 2. Higgs-fermion bağlaşımının Feynman diyagramı. Burada H Higgs alanı, f fermiyon, $f^{\bar{}}$ antifermiyon (sağ fermiyon), y Yukawa bağlaşım sabitidir.	21
Şekil 3. Fermiyonların (mavi), kuarkların (kırmızı) ve standart bozonların (yeşil) kütle spektrumu.	23
Şekil 4. X parçacığının kütlelerinin bir fonksiyonu olarak Higgs bağlaşım sabitlerinin değişimleri ve CMS deney grubu tarafından gerçekleştirilmiştir.	26
Şekil 5. Evrende bulunan madde ve enerji oranı.	28
Şekil 6. Üst kuark tarafından domine edilen Higgs bozonu kütlelerine tek döngü düzeltmeleri. BSM fiziğine yaklaşımlar BSM fiziğine yaklaşımlar.	30
Şekil 7. Feinberg etkisinin Feynman diyagramı.	34
Şekil 8. Tip I salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı	36
Şekil 9. Tip II salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı.	38
Şekil 10. Tip III salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı. ..	40
Şekil 11. Nötrinoların $\alpha \rightarrow \nu\beta$ kaynaktan dedektöre iletimi.	41
Şekil 12. Nötrino parçacık kütlelerinin iki olası düzeni (dizilimi), ters sıra (sağda) ve doğal sıra (solda).	43
Şekil 13. Modern parçacık fiziğinin ortaya koyduğu sorular ile bu soruları çözmek için öne sürülen fikirler arasındaki örtüşme.	45
Şekil 14. Süpersimetri modelinde Higgs bozonu kütleleri için tek döngü düzeltmesi.	46
Şekil 15. Evrendeki dört temel kuvvet Her Şeyin Teorisi ölçeğinde birleşmiştir.	47
Şekil 16. Standart Model'de (solda), SUSY'de (sağda) süpersimetri kırılma ölçeğinde (1 TeV) bağlaşım sabitlerinin birleşmesi.	48
Şekil 17. Standart Model (SM) parçacıkları ve Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) parçacıkları. Her Standart Model parçacığının bir süpersimetrik ortağa ihtiyacı vardır.	49
Şekil 18. Leptonik penetrasyon sabiti λ' ve baryonik penetrasyon sabiti λ'' ile çift-R penetrasyonu durumunda proton ayrışması $P^+ \rightarrow e + \pi^0$	52
Şekil 19. SM parçacıklarını (a) ve SM parçacıklarının süpersimetrik ortaklarını (b) içeren MSSM model parçacıkları. Süpersimetrik parçacık kütlelerinin özel durumları gösterilmiştir (b).	55
Şekil 20. τ 'nun üç müona ayrıştırılması için Feynman diyagramı.	58

Şekil 21. Nötralino içeren dört-leptonlu box diyagramları.....	61
Şekil 22. LFV: süreçlerine katkı sağlayan chargino aracılı dört-leptonlu box diyagramları.....	62
Şekil 23. Yüklü Bozonlar W^+ ve H^+ İçeren Kutucuk Diyagramları	63
Şekil 24. Bir τ parçacığının ayrışmasında lepton flavour ihlali süreçlerinin kanalları	68
Şekil 25. SUSY araçlarını kullanarak CMSSM modelinde lepton ihlalini analiz etmek için akış şeması.....	69
Şekil 26. $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 0$ GeV (a), $A_0 = 300$ GeV (b), $m_{1/2} = 160...460$. GeV ve $MSuSY = 1000$ GeV'in bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$).	71
Şekil 27. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) tan'ın bir fonksiyonu olarak $\beta = 5$, $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV (b), $m_{1/2} = [160- 460]$ GeV ve $MSuSY = 1000$.	72
Şekil 28. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) m_0 , $A_0 = -1000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, 260 GeV, 360 GeV ve $MSuSY = 1000$ 'in bir fonksiyonu olarak .	73
Şekil 29. The upper limit of BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) as a function of m_0 , $A_0 = 1200$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, 260 GeV, 360 GeV and $MSuSY = 1000$ GeV	74
Şekil 30. $A_0 = 1200$ GeV, $\tan(\beta) = 5$ (kırmızı), $\tan(\beta) = 10$ (siyah) ve $\tan(\beta) = 15$ (mavi), $m_0 = [150- 550]$ GeV ve $MSuSY = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) üst sınırı.	75
Şekil 31. $A_0 = -1000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2}$ $= 260$ GeV (siyah) ve $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_0 = 150...550$. GeV ve $MSuSY$ $= 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$).....	76
Şekil 32. $A_0 = 1200$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2} = 260$ GeV (siyah) ve $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_0 = [150- 550]$ GeV ve $MSuSY = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$).....	77
Şekil 33. BR üst sınırı ($\tau^- \rightarrow 3\mu$), BR ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) tan fonksiyonu olarak, β , $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $MSuSY = 1000$ GeV "Şekil a", $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $MSuSY = 1000$ GeV "Şekil b"....	78
Şekil 34. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow 3\mu$), BR ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) m_0 'ın bir fonksiyonu olarak , $\tan\beta = 40$, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160, 260, 360, 460$ GeV, $\text{sign}(\mu) > 0$, $MSuSY =$ 1000 GeV.....	79
Şekil 35. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow 3\ell$) tan'ın bir fonksiyonu olarak, β , $m_0 =$ 150 GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $\text{sign}(\mu) > 0$, $MSuSY = 1000$ GeV.....	80
Şekil 36. $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$, $m_0 = 150$ GeV ve	80

Şekil 37. $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2} = 260$ GeV (siyah)
 $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_{1/2} = 460$ GeV (pembe), $m_0 = 150...1000$ GeV ve
 $M_{SuSY} = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau \rightarrow 3e$). 81

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

SM	Parçacık Fiziğinin Standart Modeli
BSM	Parçacık Fiziğinin Standart Modelinin Ötesinde
MSSM	Minimal Süpersimetrik Standart Model
BSM	Parçacık Fiziğinin Standart Modelinin Ötesinde
SSM	Süpersimetrik Standart Model
BR	Şubeleşme oranları
LFV	Lepton Çesni İhlali
GUT	Büyük Birleşik Teori
VEV	Higgs vakum beklenti değeri
m_{SUGRA}	Minimum Süper Yerçekimi

1.GİRİŞ

Parçacık fenomenolojisi modern fiziğin (örneğin parçacık fiziği) önemli bir parçasıdır ve mevcut teorilerin ve yeni modellerin evreni ne kadar doğru tanımladığını tespit etmek için titiz istatistiksel yöntemler kullanılır. Büyük Birleşme Teorisi'nden (GUT) esinlenen Standart Model'in yeni uzantılarını en son deneysel sonuçlarla test eden bir dizi fenomenolojik analiz sunulmaktadır (T.A. Collaboration, 2021). 1930'lardan bu yana binlerce fizikçinin teorileri ve keşifleri, maddenin temel yapısına ilişkin içgörüler sağlamıştır. Evrendeki her şeyin, dört temel kuvvet tarafından yönetilen ve temel parçacıklar olarak adlandırılan az sayıda temel yapı taşından oluştuğu bulunmuştur. Bu parçacıkların ve temel kuvvetlerden sadece üçünün birbiriyle nasıl ilişkili olduğuna dair en iyi anlayışımız, parçacık fiziğinin Standart Modelinde yer almaktadır. 1970'lerin başında geliştirilen Standart Model, neredeyse tüm deneysel sonuçları başarıyla açıklamış ve çok çeşitli fenomenleri doğru bir şekilde tahmin etmiştir. Zaman içinde ve birçok deneyle Standart Model, iyi test edilmiş bir fiziksel teori haline gelmiştir (Ardu, 2022). Standart Model (SM), W ve Z kütleli bozonlarının varlığının öngörülmesinden mezonlardaki CP ihlaline ve Higgs parçacığının (De Romeri, 2017) varlığına kadar birçok deneysel olguyu, bazıları çok hassas düzeyde olmak üzere, açıklamakta başarılı olmuştur. Ancak LHC ve diğer deneylerden hala kanıt ve yanıt bekleyen daha pek çok soru var: 'Karanlık madde ve karanlık enerjinin bileşimi nedir' 'Neden antimaddeden daha fazla madde vardır' 'Bilinen üç boyuttan daha fazla boyut var mıdır' 'Tüm temel kuvvetleri tek bir teoride birleştirmenin yolu nedir' Bu nedenle, Standart Model'in nihai teori olmadığı ve değiştirilmesi (diğer teorilere genişletilmesi) gerektiği açıktır. Böylece Standart Model'in ötesindeki fizik ortaya çıkmaktadır (A. Collaboration 2014). Olası işaretlerden biri, Higgs bozonu, Z bozonu ya da diğer bozonların bozunarak farklı tatlara sahip lepton çiftlerine dönüşmesi durumunda ortaya çıkabilecek lepton tat atılımının (LFV) gözlemlenmesi olabilir. Mevcut sonuçlara göre, LFV nötrino karışımı ile yüklenen leptonik etkileşimlerde meydana gelebilir, ancak mevcut deneyler tarafından tespit edilemeyecek kadar nadirdir (Vicente, 2015). Parçacık fiziğinin Standart Modelinde leptonların üç nesli (Lezzeti) vardır ve her neslin hem lepton sayısı hem de lepton lezzeti sol-elli nötrinoların kütleli olduğu lepton etkileşimlerinde korunur, ancak nötrino titreşimleri bu korunumu ihlal eden etkileşimlerin doğada meydana geldiğini gösterdiğinden, Standart Modelde bu korunum kesin olarak kabul edilemez. Bununla birlikte, deneysel araştırmalar bize leptonik aroma kırıcı etkileşimler için yalnızca üst sınırlar sağladığından, hiçbir leptonik aroma kırıcı etkileşim deneysel olarak tespit edilmemiştir (Han et al. 2020). Nötrino titreşimlerinin keşfi, nötrino parçacıklarının küçük bir kütleyle sahip olduğunu ve bu

nedenle nötrino sektöründe Lepton Lezzet İhlalinin meydana geldiğini göstermiştir ve şu anda parçacık fiziğinin standart modelinin verileri açıklamakta yetersiz kaldığına ve genişletilmesi gerektiğine dair en açık deneysel kanıttır (Krauss et al. 2013). Bu nedenle, LFV arayışı yeni fiziği keşfetmek için iyi bir arayıştır (Holzbock, 2019). Mevcut sonuçlara göre, yüklü lepton etkileşimlerindeki LFV nötrino karışımı yoluyla meydana gelebilir, ancak mevcut deneyler tarafından tespit edilemeyecek kadar nadirdir (Vicente, 2015). Yüklü lepton sektöründeki LFV, nötrino titreşimine bağlı LFV'den farklı bir kökene sahip olabilir ve bu etkinin araştırılması Standart Model Ötesi (SM Ötesi) teoriler üzerinde kısıtlamalar (koşullar) sağlar (Holzbock, 2019) ve nötrino titreşimleri LFV'yi gösterse de LFV mutlaka nötrino titreşimini göstermez (Hamada, 2021). Küçük nötrino kütlelerini açıklayan birkaç model vardır ve bunların hepsi yeni fizik gerektirir (Ruiz, 2018), örneğin leptonik lezzet atılımı etkileşimleri ağır nötrinoları öngören teorilerde meydana gelir ve bu da deneysel olarak gözlemlenen küçük kütleleri ve Standart Model nötrinolarının büyük karışımını açıklayabilir. Standart Tip I salınım mekanizması gibi küçük nötrino kütlelerini açıklayan genel modeller de Büyük Birleşik Teori (GUT) ölçeğine yakın yeni fiziğe işaret etmektedir $2.00 * 10^{16}$ GeV. Bu modellerde, yeni fiziğin katsayılarının Weinberg Operatörü (Haber, H. E., 2021) adı verilen beşinci boyutlu bir lepton kırıcı etki tarafından belirlendiği ağır ortamlar (Virdee, T. S. 2016) (yaklaşık 246 GeV Elektrozayıf Ölçekten çok daha ağır olan (Baer, H., & Brhlik, M., 2019)) dahil edilebilir. Leptonik lezzet atımları, süpersimetri modellerinde de meydana gelebilir; burada sağ elli nötrinoların varlığına bağlı olarak yeniden düzenleme denklemleri yoluyla süpersimetrik lepton sektöründeki karışımlara atıfta bulunurlar ve süpersimetrik lepton yumuşak simetri kırılma kütleleri nötrinolar için Yukawa bağlaşım sabitleriyle ilişkilidir (Ruiz, 2018) ve bu da yaklaşan (gelecekteki) deneylerde erişilebilir oranlarda lezzet atımlarına yol açabilir (Han et al., 2020). Büyük Hadron Çarpıştırıcısından (LHC) sinyal alınamamasına rağmen, süpersimetri (SUSY) Standart Modelin ötesindeki fizik için çok zorlayıcı bir model olmaya devam etmektedir, çünkü süpersimetri modelleri hiyerarşi problemini çözmekte ve karanlık madde için sinyaller sağlamakta ve ayrıca sağ Majorana nötrinoları ile genişletildiğinde nötrino kütlelerini açıklamaktadır (Rowley, S. J., 2020). Yüksek enerji modellerinin incelenmesi deneysel düşük ölçekli (düşük enerjili) fizikten çok uzak görünebilir, ancak ağır alanlar, yeniden düzenleme denklemlerinin kullanılmasından sonra düşük seviyelerde devam edebilen, ölçülebilir fiziksel büyüklüklerin kuantum düzeltmelerine katkıda bulunabilen ve Standart Model fermiyonlarının nesilleri için lezzet karışımına neden olan ayırt edici fiziksel imzalar bırakır (T.A. Collaboration, 2021). Çalışmamızda, ilk üç salınım mekanizması modeliyle genişletilmiş Minimum Süpersimetrik Standart Model (MSSM) içinde Z bozonunun iki farklı leptona (iki

farklı flavur) $Z \rightarrow \ell_i^\pm \ell_j^\mp$ bozunmasına odaklanacağız. Birinci tipte tek bir ağır nötrino alanı, ikinci tipte üçlü bir merdiven alanı ve üçüncü tipte üçlü bir fermiyon alanı eklenir. Büyük Birleşik Teori (GUT) açısından biz sadece iki modelle ilgileneceğiz: Kısıtlı MSSM modeli ve jenerik olmayan gaugino kütleleri için MSSM modeli.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı, Yüklü lepton etkileşimlerinde Lepton Lezzet İhlali (LFV) olasılığını, Tip-I Seesaw Mekanizması ile genişletilmiş Kısıtlı Minimal Süpersimetrik Standart Model (CMSSM) çerçevesinde incelemektir. Çalışma, özellikle tau leptonunun farklı lepton tatlarına sahip üçlü bozunum kanallarındaki LFV süreçlerine odaklanmaktadır. Bu bağlamda, çeşitli süpersimetrik parametrelerin (örneğin m_0 , $m_{1/2}$, A_0 , $\tan\beta$) bozunma oranları üzerindeki etkisi analiz edilmekte ve bu süreçlerin gelecekteki deneylerin (örneğin FCC ve CEPC) duyarlılık sınırları içinde olup olmadığı değerlendirilmektedir. Bu sayede, Standart Model'in ötesindeki yeni fiziksel etkilerin izlenebilmesi amaçlanmaktadır.

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Birkaç teorik çalışma, süpersimetrik seesaw modelleri bağlamında lepton lezzeti ihlali (LFV) içeren tau bozunmalarının önemini ortaya koymuştur. Özellikle Antusch ve ark. (Antusch vd., 2006) ile Ilakovac ve ark. (Ilakovac & Pilaftsis, 1995), $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$ gibi üç leptonlu tau bozunma modlarını, hem Tip-I hem de ters seesaw modelleri çerçevesinde doğrudan hesaplamışlardır. Bu çalışmalar, dallanma oranlarının seesaw ölçeğine, nötrino Yukawa bağlarının yapısına ve SUSY kırılma parametrelerine bağlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca Abada ve ark. (Abada vd., 2014), dipol olmayan operatörlerin rolünü vurgulayarak, bozunma oranlarının yeni fizik operatörleri arasında ayırım yapabileceğini ortaya koymuştur. Wang ve ark. (Wang vd., 2015) ise, yüksek enerjiden elektrozayıf ölçeğe kadar parametrelerin evrimini sağlamak amacıyla Tip-I seesaw modelleri için detaylı bir RG (renormalizasyon grup) evrim formalizmi sunmuşlardır ve bu çalışma analizimizde kullanılmaktadır. Bu temeller üzerine inşa edilen çalışmamızda, sınırlı MSSM seesaw çerçevesinde altı farklı LFV tau bozunma kanalı incelenmektedir. Söz konusu bozunma modları için dikkate alınan deneysel üst sınırlar ve gelecekteki hassasiyetler, Vicente (Vicente, 2015) tarafından sunulan bir özet tablodan alınmıştır:

Tablo 1. Nadir Tau LFV Bozunmaları için Mevcut Sınırlar ve Gelecek Projeksiyonlar

LFV Process	BR Present Bound	Future Sensitivity
$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$	2.7×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$
$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$	2.1×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$
$\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$	2.7×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$
$\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$	1.8×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$
$\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$	1.7×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$
$\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$	1.5×10^{-8}	$\sim 1.0 \times 10^{-9}$

2.1. Standart Model

Evren, temel parçacıkların birbirleriyle etkileşime girmesiyle oluşmuştur. Bu etkileşimler çekim ve itme, parçalanma ve yok olma kuvvetlerini içerir. Standart Model, evreni yöneten dört temel kuvvetten yalnızca üçünü açıklamaktadır: Elektromanyetik kuvvet, güçlü nükleer kuvvet ve zayıf nükleer kuvvet. Etkileşim kuvvetini taşıyan parçacıklara taşıyıcı parçacıklar diyoruz. Elektromanyetik kuvvetin taşıyıcı parçacığı fotondur ve elektrik ve manyetik alanlar arasındaki

etkileşimleri içerir. Güçlü kuvvet gluonlar tarafından taşınır ve bu kuvvet atom çekirdeklerini stabilize etmek için birbirine bağlar. Taşıyıcı parçacıkları bozonlar olan zayıf kuvvet W^\pm, Z nükleer reaksiyonlara neden olur. Dördüncü temel kuvvet, Standart Model'de yeterince açıklanamayan kütleçekim kuvvetidir ve taşıyıcı parçacığı gravitondur. Gravitonu tespit etmek çok zordur çünkü atom altı düzeyde kütleçekim kuvveti diğer üç kuvvetten birkaç kat daha zayıftır. Tablo 2, iki proton çekirdekte birbiriyle etkileşime girdiğinde dört tip kuvvetin göreceli yoğunluklarını göstermektedir (Konigstorfer, S. A., 2023). Ölçü Bozonları (Gauge Bosons) W^\pm, Z, γ, G evren boyunca kuvvet ve enerji taşır.

Tablo 2. Çekirdek içindeki iki protonun ve bunların alan parçacıklarının bağlı kuvvetleri.

Güç Tipi	Değer	Alan parçacıkları
Güçlü	1	Gluonlar G
Elektromanyetik	10^{-2}	Fotonlar γ
Savunmasız	10^{-7}	W^\pm, Z
Yerçekimi	10^{-39}	Graviton

Kuantum teorisindeki Standart Model, güçlü, zayıf ve elektromanyetik etkileşimleri açıklayan bir gösterge teorisidir ve Evrensel Simetri Paketi G_{SM} tarafından tanımlanır:

$$G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

Semboller C, L, Y renk, sol el kiralitesi ve zayıf hiper yük[3] anlamına gelir. Yukarıdaki simetri kliklerinin her birinin kendi bağlaşım sabiti, gösterge bozonları ve jeneratörleri vardır (De Romeri, 2017). $SU(3)_C$ için jeneratör sayısı $N^2 - 1 = 9 - 1 = 8$ olup sekiz kütsüz gluonu temsil eder. Tablo (3) 'de olduğu gibi, $SU(2)_L$ için jeneratör sayısı 3'tür ve üç standart bozonu temsil eder (Konigstorfer, S. A., 2023).

Tablo 3. Standart bozonlar ve üreteçleri.

Clique	Bağlantı sabiti	Standart bozonlar	Jeneratörler
$SU(3)_C$	g_s	G^α	Gluonlar $\alpha = 1, \dots, 8$
$SU(2)_L$	g	W^b	W bozonları $b = 1, 2, 3$
$U(1)_Y$	g'	B	Bozon B

Standart Model, birbirlerinden sadece kütleleri ile farklılık gösteren üç nesil kiral fermiyon içerir (T.A. Collaboration, 2021). Simetriler için gösterge alanlarına ve elektrozayıf simetriyi kıran tek bir merdiven alanına ek olarak (T.A. Collaboration, 2021). Hem kuarkların hem de

leptonların sol el bileşenleri izospin değerine göre çiftler halinde gruplandırılırken, sağ el bileşenleri teklerdir . Tablo 4'te olduğu gibi. Sol taraftaki alanlar izospindir ($I = \frac{1}{2}$) ve üst bileşiklerin ($I_3 = \frac{1}{2}$) ve alt bileşiklerin ($I_3 = -\frac{1}{2}$) değerine sahip olduğu ikililer oluşturur. Sağ alanlar tekilerdir ($I = 0$). Sağ elli nötrinolar henüz tespit edilmemiştir ve bu nedenle Standart Model'in bir parçası değildir (Baer, 2019). Fermiyonların süper yükü hem elektrik yükü Q hem de izospinin üçüncü bileşiği ile aşağıdaki ilişki ile ilişkilidir (Shigekami, Y., 2018):

$$Y = 2(Q - I_3)$$

Tablo 4. Parçacık alanları ve kuantum sayıları.

Saha	Kod	I_3	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Standart bozonlar	G^a	-	8	1	0
	W^b	-	1	3	0
	B	-	1	1	0
Makale	$L_i = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ e_{Li} \end{pmatrix}$	1/2 -1/2	1	2	-1
	\bar{e}_{Ri}	0	1	1	2
	$Q_i = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}$	1/2 -1/2	3	2	1/3
	\bar{u}_{Ri}	0	$\bar{3}$	1	-4/3
	\bar{d}_{Ri}	0	$\bar{3}$	1	2/3
	Huzurlu Higgs Bozonu	$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$	1/2 -1/2	1	2

$i = 1, 2, 3$ Sembolü parçacığın nesil numarasını ifade eder.

Q_i : Her nesil için hem üst hem de alt kuarkları içeren sol el kuark ikililerini temsil eder.

L_i : Her nesle karşılık gelen hem lepton hem de nitrinos içeren sol-elli lepton ikililerini temsil eder (Pernow, M., 2021). Sol kiral nötrinolar yalnızca Standart Model'de mevcuttur ve bu nedenle kütesizdir (T.A. Collaboration, 2021). $\bar{u}_{Ri}, \bar{d}_{Ri}, \bar{e}_{Ri}$: Sırasıyla sağ tekil yüklü leptonlar, sağ alt tekil kuarklar ve sağ üst tekil kuarklar; iki antifermiyon alan kompleksindeki çubuk sembolü isimlendirmenin bir parçasıdır ve düğüm eşleniğini göstermez (Vu, P. A., 2019). Fermiyonlara ek olarak (Pernow, M., 2021) ikili bir alan olan Higgs (Higgs alanı H) adı verilen barışçıl bir bozon da vardır. Şekil 1, hem kuarklar hem de leptonlar için üç neslin bulunduğu Standart Model parçacıklarını göstermektedir. Kuarklar $2/3$ yüke sahip üst kuarklar (üst kuarku, tılsımlı kuarkc, üst kuarkt) ve $-1/3$ yüke sahip alt kuarklar (alt kuarkd, garip kuark s, alt kuarkb) olarak ikiye ayrılır. Leptonlar -1 yüklü leptonlar (elektrone, müon μ , taur τ) ve orta yüklü leptonlar (elektron nötrinov_e, müon nötrinov _{μ} , tau nötrinov _{τ}) olarak ikiye ayrılır. Ayrıca dört standart bozon vardır: gluonlar, fotonlar, Z bozonları ve W bozonlarının yanı sıra tüm temel parçacıklara kütle veren huzurlu bir bozon, Higgs bozonu (Athron, D. P., 2012).

mass →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
charge →	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin →	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H Higgs boson
QUARKS	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	$0.511 \text{ MeV}/c^2$	$105.7 \text{ MeV}/c^2$	$1.777 \text{ GeV}/c^2$	$91.2 \text{ GeV}/c^2$	
	-1	-1	-1	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
LEPTONS	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	$< 15.5 \text{ MeV}/c^2$	$80.4 \text{ GeV}/c^2$	
	0	0	0	± 1	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	
				GAUGE BOSONS	

Şekil 1. Standart Model Parçacıkları

2.1.1. Lagrangian standart model

Standart Modelin elektrozayıf sektörü $SU(2)_L \times U(1)_Y$ zayıf izospin simetrilerini $SU(2)_L$ (zayıf nükleer kuvvet) süper yüklü simetrilerle zayıf $U(1)_Y$ (elektromanyetik kuvvet) birleştiren standart simetri kümesinden oluşur. Bu nedenle elektrozayıf sektörün dört standart bozonu vardır: W^\pm, Z, γ . Elektrozayıf sektöre ek olarak, güçlü nükleer kuvvet Kuantum Kromodinamiği (QCD) (T.A. Collaboration, 2021), (Konigstorfer, S. A., 2023) teorisine Göre simetri kümesi $SU(3)_C$ tarafından tanımlanır. Hem elektromanyetik etkileşimler hem de 100 GeV üzerindeki enerjilerde zayıf etkileşimler Elektrozayıf EW teorisinde birleştirilmiştir. Güçlü etkileşimler EW teorisinden bağımsız olarak incelenir çünkü $SU(3)_C$ simetrisi kırılmaz ve bu

nedenle EW sektörü $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ile birleşmez. Lagrangian, elektrozayıf teorideki standart modeli[22] olarak yazar (De Romeri, 2017):

$$\mathcal{L}_{SM-EW} = \mathcal{L}_{kinetic} + \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Higgs}$$

$\mathcal{L}_{kinetic}$: Ayar bozonları ve fermiyonlar arasındaki etkileşimleri tanımlayan kinetik bir Lagrangian.

$(\mathcal{L}_{YM})\mathcal{L}_{Gauge}$: Kinetik Lagrangian, modüler bozonların birbirleriyle olan etkileşimlerini temsil eder. \mathcal{L}_{Yukawa} : Lagrangian Yukawa, fermiyonlar ve Higgs bozonu arasındaki etkileşimi tanımlar ve bu terim fermiyonların kütesini oluşturur.

\mathcal{L}_{Higgs} : Higgs bozonunun Lagrangian kinetiği (Logan, H. E., 2022).

Lagrangian Yukawa yazar:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -y_{ij}^e \bar{L}_i e_{Rj} H - y_{ij}^d \bar{Q}_i d_{Rj} H - y_{ij}^u \bar{Q}_i u_{Rj} \tilde{H} + h. c.$$

Buraday^e y_{ij}^d , y_{ij}^u sırasıyla leptonlar, alt kuarklar ve üst kuarklar için Yuakawa bağlaşım sabitlerinin matrisleridir (3×3). Bu matrislerin değerleri genellikle boyutsuz ve düğümseldir. $\tilde{H} = i\sigma_2 H^*$, σ_2 ikinci Pauli matrisini temsil eder. \tilde{H} Higgs alanına eşlik eden alanı temsil eder ve üst kuarklar için Yuakawa bağlaşım teriminde izin verilir çünkü \tilde{H} $SU(2)_L$ altında dönüşür. Ayrıca temel temsil 2 ile eşdeğer dönüşüm özelliklerine sahiptir (T.A. Collaboration, 2021). h. c.: Kendisinden önceki sınırın Hermitian eşleniğini temsil eder, yani aynı reaksiyonlar ancak antimadde için (Konigstorfer, S. A., 2023). Parçacık fiziğinin Standart Modelinin Lagrangian'ı aşağıdaki kapsamlı simetri paketi ile karakterize edilir:

$$U(1)_B \times U(1)_{L_e} \times U(1)_{L_\mu} \times U(1)_{L_\tau}$$

baryonik sayı simetrisi (korunumu) $U(1)_B$ ve leptonik aroma ile ilişkili leptonik sayı simetrisi (her seferinde bir lepton) $U(1)_{L_e, L_\mu, L_\tau}$ ile ilgilidir. Burada $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, nötrinolar kütesiz olduğunda toplam leptonik sayı Standart Model'de korunur. Ancak, nötrinolar kütleyle sahip olduğunda ve dolayısıyla leptonlar karıştığında leptonik aroma sayısı ihlal edilir (Particle Data Group., 2023).

2.1.2. Elektrozayıf teoride kendiliğinden simetri kırılması

Elektrozayıf teorinin kendiliğinden simetri kırılması $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{QED}$ yeni bir barışçıl alan (Higgs alanı) (Krause vd., 2019) gerektiren Higgs Mekanizması aracılığıyla gerçekleşir. Higgs alanı,

Standart Modelin elektrozayıf sektörünü düşük enerjilerde Fermi teorisiyle ilişkilendirerek ölçülen Fermi sabitiyle ilişkili olanu vakumunda beklenen değeri elde eder, buradan şunu buluruz

$$v = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2} G_F}} \approx 246.22 \text{ GeV}$$

Standart bozon Lagrangian'ına Higgs alanını eklediğimizde, foton kütesiz kalırken Higgs alanı kütle kazanır, bu nedenle Lagrangian'ın kütle kısmı (Pantskhava, L., 2019) şeklinde yazılır:

$$\mathcal{L}_{\text{mass boson}} = -M_H^2 H^2 + M_Z^2 Z_\mu^2 + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu$$

Nerede? M_Z Prozon kütlesi Z, M_W : Bozon kütlesi, $W^\pm M_H$: Higgs bozonu kütlesi.

$$M_H = \sqrt{2\lambda v^2}, M_W = \frac{gv}{2}, M_Z = \frac{gv}{2 \cos(\theta_w)}$$

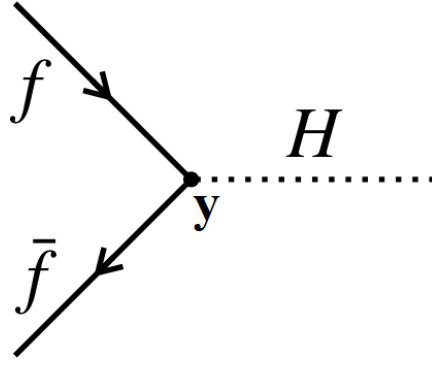
$$g = \frac{e}{\sin(\theta_w)}$$

$\theta_w = \text{arc tag}(\frac{g}{g'})$: Zayıf karışım açısı Wienberg açısı olarak adlandırılır (Particle Data Group., 2023).

Tablo 5. Z, W ve H bozonlarının kütlelerini göstermektedir.

Parametre	Değer
M_W	$80.379 \pm 0.012 \text{ GeV}$
M_Z	$91.1876 \pm 0.0012 \text{ GeV}$
M_H	$125,10 \pm 0,14 \text{ GeV}$
$\sin^2(\theta_w)$	$0.23126(5)$

Sadece bozonlar W^\pm , Z kütlelerini elektrozayıf simetri kırılmasından almazlar, aynı zamanda fermiyonlar da kütlelerini Higgs mekanizması yoluyla alırlar çünkü fermiyon alanlarının Higgs barışçıl alanıyla Yukawa bağlaşımları oluşur ve bu bağlaşımlar sadece Şekil (2)'deki gibi Yukawa Lagrangian'ında bulunur (Pantskhava vd., 2019).



Şekil 2. Higgs-fermion bağlaşımının Feynman diyagramı. Burada H Higgs alanı, f fermiyon, $f^{\bar{}}$ antifermiyon (sağ fermiyon), y Yukawa bağlaşım sabitidir.

Birinci nesil fermiyonlar için Yukawa bağlaşımları aşağıdaki bağıntı ile verilir (De Romeri, 2017):

$$(2) \quad \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y_e(\bar{L}_L H e_R + \bar{e}_R H^\dagger L_L) - y_d(\bar{Q}_L H d_R + \bar{d}_R H^\dagger Q_L) - y_u(\bar{Q}_L \tilde{H} d_R + \bar{d}_R \tilde{H}^\dagger Q_L) + h. c.$$

h. c. Yay içindeki ilk terim ikinci terimin Hermitian eşleniğidir (Smith vd., 2019).

Denetlenen Higgs alanı vakumda beklenen değeri (VEV) elde ettikten sonra fermiyon kütle terimleri ortaya çıkar $\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ (Deppisch vd., 2019) Standart Model'deki tüm fermiyonlar kütlelerini aynı ikili Higgs alanından alır (Jaffel vd., 2023):

$$(3) \quad \mathcal{L}_{\text{mass}}^f = \frac{v}{\sqrt{2}} y_e \bar{e}_L e_R + \frac{v}{\sqrt{2}} y_d \bar{d}_L d_R + \frac{v}{\sqrt{2}} y_u \bar{u}_L u_R + h. c$$

Her bir fermiyonun Dirac kütlesi $f = e, d, u$ Higgs alanının vakumda beklenen değeri v ve Yukawa bağlaşım sabiti y_f ile aşağıdaki ilişkide olduğu gibi orantılıdır (Calibbi vd., 2018):

$$(4) \quad m_D^f = \frac{v}{\sqrt{2}} y_f$$

Son iki denklemden (3, 4) fermiyon kütlelerinin barışçıl Higgs bozonu ikililerinin sol ve sağ fermiyon bileşenleri ile Yukawa kuplajı tarafından üretildiğini (yaratıldığını) gözlemliyoruz. Nötrinoların elektrozayıf simetri kırılmasından sonra kütesiz kaldığını belirtmek önemlidir çünkü Standart Model yapısında sağ elli nötrino alanı ve dolayısıyla nötrinolar için Yukawa bağlaşımı yoktur (Doglioni vd., 2019). Başka bir deyişle, Standart Model'de nötrinoların kütlesi yoktur (T.A. Collaboration, 2021).

2.1.3. Fermiyonların (leptonlar ve kuarklar) karışımları ve kütleleri

Daha önce de belirtildiği gibi, fermiyon kütleleri elektrozayıf teoride kendiliğinden simetri kırılmasından (SSB) sonra üretilir Yukawa etkileşimleri nedeniyle denklem (2)'de olduğu gibi. Böylece, Lagrangian fermiyonların kütlelerini aşağıdaki gibi yazar:

$$(5) \quad \mathcal{L}_{\text{mass}}^f = \overline{\ell}_{L_i} M_{ij}^\ell \ell_{R_j} + \overline{d}_{L_i} M_{ij}^d d_{R_j} + \overline{u}_{L_i} M_{ij}^u u_{R_j} + \text{h. c.}$$

burada i, j fermiyon nesil elementlerini gösterir: $\ell_i = (e, \mu, \tau)$, $d_i = (d, s, b)$, $u_i = (u, c, t)$. Tablo 6, standart modeldeki fermiyon nesillerini göstermektedir (De Romeri, 2017):

Tablo 6. Standart Model'deki fermiyonların nesilleri

	Birinci Nesil	İkinci Nesil	Üçüncü Nesil
Sol elli lepton diyotları	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$
Tek sağ leptonlar	e_R	μ_R	τ_R
Sol-elli kuark ikilileri	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$
Tek Sağ Kuarklar	d_R, u_R	s_R, c_R	b_R, t_R

: $M_{ij}^{\ell,d,u}$ Kütle matrisi (3×3) Yukawa bağlaşım matrisleriy $_{ij}^{\ell,d,u}$ ile aşağıdaki bağıntılarda olduğu gibi ilişkilidir (T.A. Collaboration, 2021):

$$(6) \quad M_{ij}^\ell = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{ij}^\ell, M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{ij}^d, M_{ij}^u = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{ij}^u$$

Elektrozayıf teori Yukawa matrislerinin yapısını veya değerlerini tahmin edemediğinden, fiziksel fermiyon kütlelerinin değerlerini de tahmin edemez (T.A. Collaboration, 2021). Dolayısıyla, üç yüklü lepton ve altı kuarkın kütleleri Standart Model'de (SM) deneylerle belirlenen serbest parametrelerdir (De Romeri, 2017). Bu, üç neslin varlığının deneysel olarak tespit edildiği ve kütlelerinin ölçüldüğü Standart Model'de teorik bir konudur. Enerji ölçeğindeki (2 GeV) yüklü leptonlar söz konusu olduğunda (Morán vd., 2020):

$$m_e = 0.51099895000 \pm 0.00000000015 \text{ MeV}$$

$$m_\mu = 105.6583755 \pm 0.0000023 \text{ MeV}$$

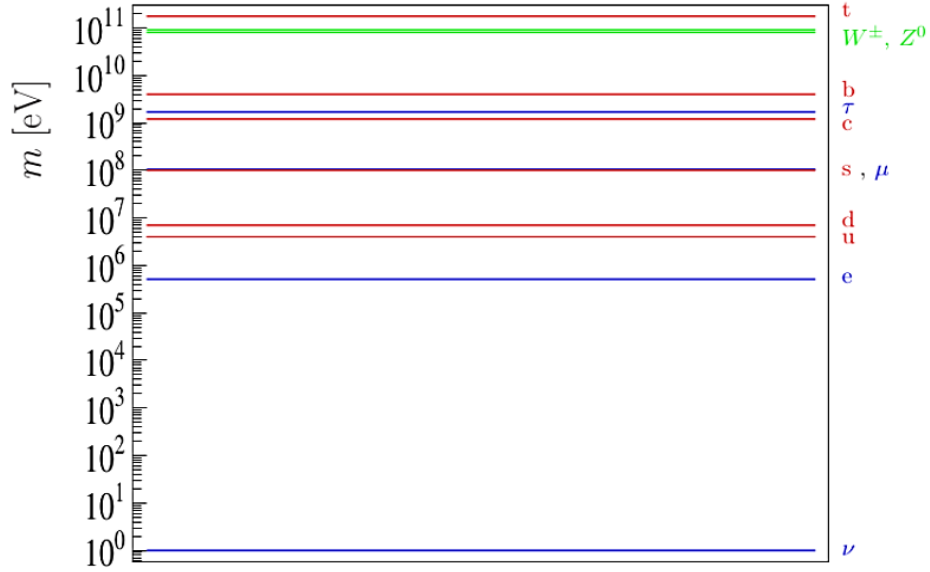
$$m_\tau = 1776.86 \pm 0.12 \text{ MeV}$$

Kuarklara gelince (Bettini, 2008):

$$m_u = 2.16_{-0.26}^{+0.49} \text{ MeV}, m_c = 1.27 \pm 0.02 \text{ GeV}$$

$$m_d = 4.67_{-0.17}^{+0.48} \text{ MeV}, m_b = 4.18_{-0.02}^{+0.03} \text{ GeV}$$

$$m_s = 93.4_{-3.4}^{+8.6} \text{ MeV}, m_t = 172.69 \pm 0.30 \text{ GeV}$$



Şekil 3. Fermiyonların (mavi), kuarkların (kırmızı) ve standart bozonların (yeşil) kütle spektrumu.

Fermiyonların kütle spektrumunun tüm nesiller boyunca hiyerarşik bir model izlediğini, parçacık kütlelerinin birinci nesilden üçüncü nesle geçtikçe arttığını gözlemliyoruz (De Romeri, 2017). Şekil (3)'te olduğu gibi. Tablo (7)'daki gibi fermiyonların fiziksel kütlelerini ve kütle durumlarını elde etmek için denklem (6)'daki matrislerin damıtılması gerekir ve bu Bi-Üniter Dönüşümlerle yapılır (Calibbi vd., 2018) $V_L^\dagger M V_R = M'$ burada V_R, V_L matrislerdir ($N \times N$) ve üniterdir, M' köşegen matrisi temsil eder ve elemanları gerçektir ve pozitifdir. Dolayısıyla, denklem aşağıdaki gibi olur:

$$V_L^{\ell\dagger} M_\ell V_R^\ell = M'_\ell, V_L^{u\dagger} M_u V_R^u = M'_u, V_L^{d\dagger} M_d V_R^d = M'_d$$

Oysa:

$$M'_\ell = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), M'_u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t), M'_d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b)$$

Tablo 7. M_Z enerji ölçeğinde Yuakawa bağlaşım sabitlerinin değerleri ile fermiyonların kütle ilişkisi.

Fermiyonlar		Kütle İlişkisi	Bağlantı sabiti
Kuarklar	u	$m_u = \frac{v}{\sqrt{2}}y_u$	$(7.80 \pm 0.86) \times 10^{-6}$
	d	$m_d = \frac{v}{\sqrt{2}}y_d$	$(1.663 \pm 0.064) \times 10^{-5}$
	s	$m_s = \frac{v}{\sqrt{2}}y_s$	$(3.104 \pm 0.036) \times 10^{-4}$
	c	$m_c = \frac{v}{\sqrt{2}}y_c$	$(3.646 \pm 0.091) \times 10^{-3}$
	b	$m_b = \frac{v}{\sqrt{2}}y_b$	$(1.65 \pm 0.0082) \times 10^{-2}$
	t	$m_t = \frac{v}{\sqrt{2}}y_t$	0.9897 ± 0.0086
Leptonlar	e	$m_e = \frac{v}{\sqrt{2}}y_e$	2.79×10^{-6}
	μ	$m_\mu = \frac{v}{\sqrt{2}}y_\mu$	5.90×10^{-4}
	τ	$m_\tau = \frac{v}{\sqrt{2}}y_\tau$	1.003×10^{-2}

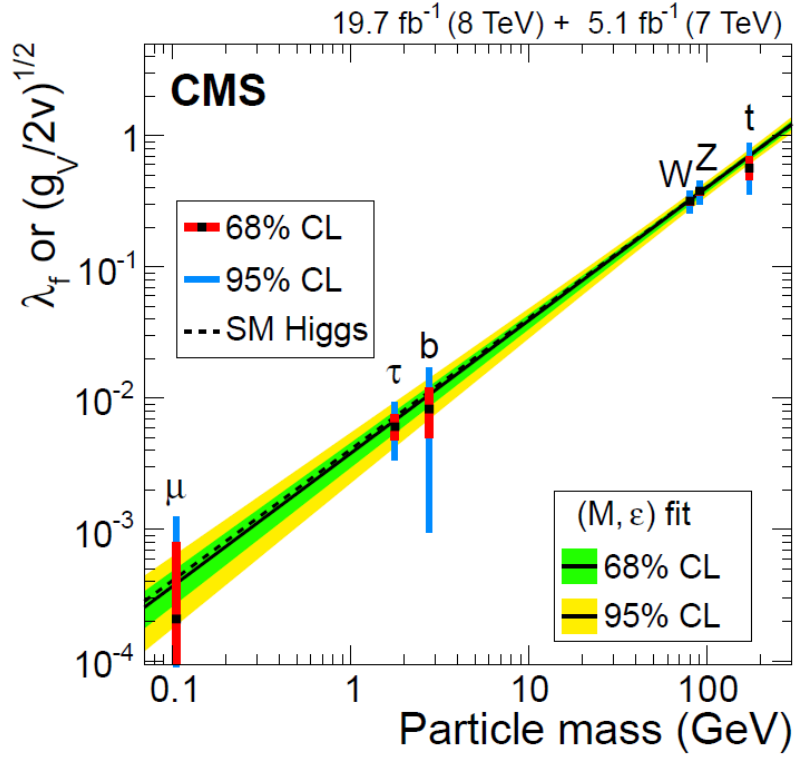
Aslında, nötrino sektörü dikkate alınmadan, hiçbir lepton karışımı deneysel olarak doğrulanmamıştır, dolayısıyla leptonlar için Yukawa matrisleri otomatik olarak diyagonal matrislerdir. Ancak kuark sektörü için durum böyle değildir. Kuarkların kendi aromaları ile karıştığı gözlemlenmiştir. Bu karışım Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisi ile karakterize edilir (Braathen vd., 2018) aşağıdaki gibi yazılır:

$$V_{CKM} = V_L^u V_L^{d\dagger} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{i\delta_{CP}} \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}S_{13}S_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{12}C_{23} - S_{12}S_{13}S_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{13}S_{23} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}S_{13}C_{23}e^{i\delta_{CP}} & -C_{12}S_{23} - S_{12}S_{13}C_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{13}C_{23} \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.97435 \pm 0.00016 & 0.22500 \pm 0.00067 & 0.00369 \pm 0.00011 \\ 0.22486 \pm 0.00067 & 0.97349 \pm 0.00016 & 0.041^{+0.00085}_{-0.00074} \\ 0.00857^{+0.00020}_{-0.00018} & 0.04110^{+0.00083}_{-0.00072} & 0.999118^{+0.000031}_{-0.000036} \end{pmatrix}$$

Burada $C_{ij} = \cos(\theta_{ij})$, $S_{ij} = \sin(\theta_{ij})$, θ_{ij} : Her kuark nesli arasındaki karışım açıları. δ_{CP} : CP penetrasyon faz açısı (Particle Data Group., 2023). (Kuark karışımı ve CKM matrisi hakkında daha fazla bilgi için bkz. Referans ve referans) (Bettini, A., 2008). Ancak elektrozayıf teorisinin kendiliğinden kırılması, Standart Model'deki fermiyonların kütlelerinin neden bu kadar farklı olduğuna ya da aralarındaki karışıma bir açıklama getirmemektedir. Bununla birlikte, CERN'deki Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda ATLAS ve CMS deneylerinde tespit edilen Higgs alanının varlığı gibi test edilebilecek önemli öngörüler sağlar (Particle Data Group, 2023). Higgs alanının özellikleri ve diğer Standart Model parçacıklarıyla etkileşimi hakkında bilgi sağlamanın yanı sıra, özellikle parçacık kütleleriyle doğru orantılı olması beklenen Higgs alanının hem fermiyonlarla hem de bozonlarla olan bağlaşımlarının test edilmesi. Bu öngörü, Şekil 4'te gösterildiği gibi ATLAS ve CMS müon dedektörü deneylerinde de test edilmiştir. Diğer testler, Standart Model'in fiziği en azından elektrozayıf teori ölçeğinde mükemmel bir şekilde tanımladığını doğrulamaktadır (Particle Data Group, 2023). Higgs alanının parçacıklarla olan bağlaşımlarını anlamak, doğadaki kütlenin kökenini açıklamak için temel bir adımdır. Bu bağlaşımların beklenen değerlerden sapması, Standart Model'in ötesinde yeni bir fiziğin varlığına işaret edebilir. Bu nedenle, Higgs bağlaşım sabitlerini ölçmeye yönelik çalışmalar modern fizikte büyük önem taşımaktadır. Gelecekteki daha hassas deneylerin hata payını azaltması ve bu modelin doğruluğu veya sınırlılıkları hakkında ek kanıtlar sunması beklenmektedir. Ayrıca, Higgs alanının farklı fermiyon jenerasyonlarıyla olan etkileşimlerinin incelenmesi, lezzet simetrisi (flavor symmetry) gibi teorik varsayımların test edilmesine de katkı sağlar.



Şekil 4. X parçacığının kütlesinin bir fonksiyonu olarak Higgs bağlaşım sabitlerinin değışimleri ve CMS deney grubu tarafından gerçekleştirilmiştir.

Yukawa bağlaşım sabiti fermiyonlar için, bağlaşımın karekoku ise bozonlar için gsterilmiştir. Yukarıda verilenlere ek olarak, Şekil 4'te Higgs bağlaşım sabiti λ_f ile parçacık kütlesi arasındaki deneysel ilişki gsterilmektedir. CMS deneylerinden elde edilen verilerin, Standart Model'in teorik ongörüleriyle (siyah kesikli çizgi) oldukça iyi bir uyum içinde olduğu gözlemlenmektedir. Renkli bantlar (yeşil ve sarı), teorik uyumun (fit) %68 ve %95 güven aralıklarını temsil etmektedir. μ (müon), τ (tau) gibi hafif parçacıklar ile W ve Z gibi ağır bozonlar, eğik çizgi boyunca dizilmiştir; bu da Higgs bağlaşımının parçacık kütlesiyle doğru orantılı olduğu hipotezini güçlendirmektedir. Hata ubukları, ölçümlerin doğruluğunu ve belirsizlik seviyelerini gstermektedir; kütle azaldıkça ölçüm zorluğu artmaktadır. Deneysel verilerle teorik model arasındaki bu belirgin uyum, mevcut hassasiyet sınırları içinde Standart Model'in geçerliliğini güçlü bir şekilde desteklemektedir ve teoride köklü bir değişiklik gerektiren bir sapma gözlenmemiştir.

2.2. Standart Model'in Ötesindeki Fiziğin Kanıtları Ve İpuçları

Şimdiye kadar elektrozayıf teorisinin ongörüleri deneysel verilerle tutarlı olmuştur ve Higgs parçacığının keşfi modelin bugüne kadarki en önemli başarılarından biri olmuştur. Ancak bu ereve, daha önce de belirtildiği gibi, fermiyon nesillerinin sayısını, kütlelerini ve

hierarchylerini belirlemede başarısız olmaktadır. Genel olarak, Standart Model 18 serbest parametreye sahiptir. Fermiyon sektörü altı kuark kütlesi, üç yüklü lepton kütlesi, üç kuark karışım açısı ve bir faz içerir. Üç bağlaşım sabiti vardır (elektromanyetik etkileşimler için bağlaşım sabiti, zayıf etkileşimler için bağlaşım sabiti ve güçlü etkileşimler için bağlaşım sabiti). Ayrıca Higgs barışçıl sektörü için iki katsayı vardır, vakumda beklenen değer ve dördüncü dereceden bağlaşım sabiti (Bolton vd., 2021). Nötrinolar ağır parçacıklar olduğundan, bağımsız parametrelerin sayısı 25'e kadar çıkmaktadır. Tüm bu parametrelerin değerleri deneysel ölçümlerden belirlenmelidir. Bu teorik eksiklikler tatmin edici değildir ve dolayısıyla bizi Standart Model'in ötesine geçmeye zorlamaktadır (De Romeri, 2017). Standart Model neredeyse tüm deneysel verileri açıklayabilse de hem teorik hem de deneysel olarak çözülmesi gereken bazı sorunlar vardır. Bu sorunlar, Standart Model'in temel parçacık fiziğini tam olarak açıklamak için yeterli bir teori olmadığını göstermektedir. Bu sorunlardan bazılarına değineceğiz.

2.2.1. Nötrino kütleleri

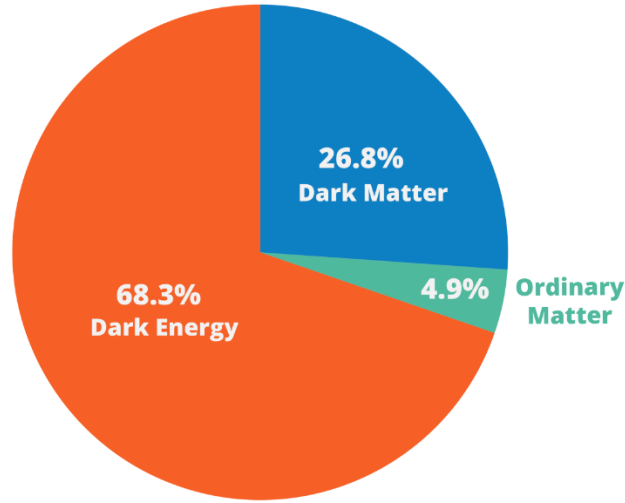
Farklı türlere sahip nötrino titreşim deneylerinden elde edilen veriler, nötrinoların kütleyle, yani sıfır olmayan bir kütleyle sahip olması gerektiğini göstermektedir. KATRIN (Karlsruhe Tritiyum Nötrino Deneyi) gibi mevcut deneyler elektron nötrinusunun kütlesine yeni üst sınırlar getirmeyi, hatta 0.2 GeV civarında bir doğrulukla ölçmeyi amaçlamaktadır. Standart Model'de nötrino kütleleri Higgs mekanizması tarafından üretilmez ve bu nedenle Standart Model'in sıfır olmayan nötrino kütlelerini hesaba katacak şekilde genişletilmesi gerekir (King vd., 2007).

2.2.2. Karanlık madde

Etrafımızda dokunabildiğimiz ve görebildiğimiz her şeye baktığımızda, bunların hepsi görünür madde olarak kabul edilir. Ancak bu, evrenin %5'inden daha azını oluşturur. Artık maddenin büyük çoğunluğunun karanlık olduğunu biliyoruz. Bu karanlık madde gizemli ve tanımlanamazdır ne ışık yayar ne de yansır ve henüz onunla etkileşime giren bilinen herhangi bir parçacık gözlemlenmedi. Gökbilimciler, karanlık maddenin uzaydaki diğer maddeler üzerindeki kütleçekimsel etkisi sayesinde varlığını ortaya çıkarmışlardır. Evrendeki karanlık maddenin varlığı ve miktarı, evrenin erken dönemlerindeki sıcaklık değişimlerinden de çıkarılabilir. Karanlık madde, Şekil 5'te gösterildiği gibi, evrenin madde ve enerji içeriğinin yaklaşık yüzde 27'sini oluşturmaktadır. Karanlık madde karanlık olduğu için, sıradan maddeden yapılmış aletlerle önemli ölçüde etkileşime girmeyecektir. Bu nedenle, LHC'de karanlık madde üretiminin tüm ATLAS aramaları tarafından kullanılan birincil işareti, proton-proton

çarpışmalarında görünmez parçacıkların varlığıdır (Figueiredo , 2009). Standart Model'de karanlık maddenin varlığına dair hiçbir işaret yoktur. Bu nedenle, karanlık maddeye dair işaretlerin olduğu modeller inşa etmeliyiz. Örneğin, SUSY süpersimetri modellerinde, R-paritesinin korunması koşuluyla en hafif SUSY parçacığı karanlık madde olabilir (Logan vd., 2022).

Estimated matter-energy content of the Universe



Şekil 5. Evrende bulunan madde ve enerji oranı.

2.2.3. Baryon asimetrisi

Bilim insanları evrende maddenin antimaddeye karşı açık bir üstünlüğü olduğunu gözlemlemişlerdir. Sakharov, evrenin oluşumunun erken evresinde (erken evren) madde-antimadde asimetrisinin oluşumu olan baryogenez için gerekli üç koşulu formüle etmiştir. Bu koşullar arasında, evreni tanımlayan QFT kuantum alan teorilerinin bize CP penetrasyonu için yeterli kaynak sağlaması gerekliliği de yer almaktadır. Bununla birlikte, SM, kuark renklerini karıştıran CKM matrisinin karmaşık bir fazı aracılığıyla olası bir CP penetrasyon kaynağı verir. Bu kaynak, bilim insanları tarafından gözlemlenen baryonik asimetriyi açıklayacak kadar güçlü değildir (King vd., 2007).

2.2.4. Yerçekimi

Standart Model yerçekimi için hiçbir açıklama sunmamaktadır. Son zamanlarda kütleçekimini evrendeki temel kuvvetlerden biri olarak değil, örneğin entropik kütleçekimi gibi ortaya çıkan bir olgu olarak açıklamaya yönelik birçok girişim olmuştur. Ancak, bu teoriler tarafından yapılan bazı tahminler deneysel gözlemler ve keşiflerle tutarlı değildir. Bu nedenle, şu anda kütleçekiminin gerçekten bağımsız bir temel kuvvet mi yoksa ortaya çıkan bir olgu olarak mı değerlendirilmesi gerektiği net değildir, ancak her iki durumda da etkilerini doğru bir şekilde tanımlamak için Standart Model genişletilmelidir (King vd., 2007).

2.3. Karanlık Enerji

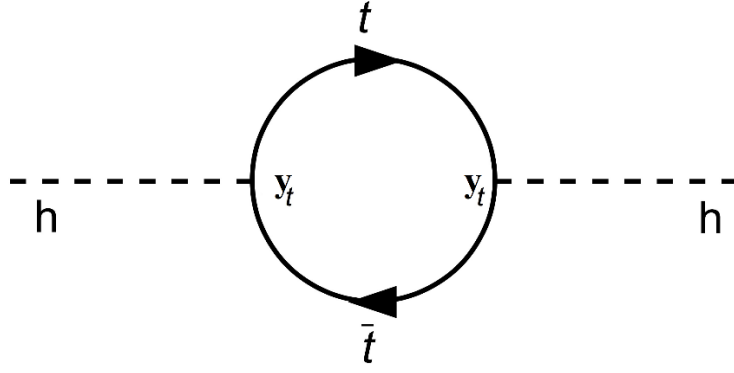
Sıradan baryonik ve karanlık madde dışında, evrenin enerji yoğunluğunun yaklaşık yüzde 68'inin büyük bir kısmı, evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak için yapılan varsayımlar olan karanlık enerjiden gelmektedir. Karanlık enerjinin kökenini açıklama girişimlerinden biri kozmolojik sabittir. Bu sabit, Standart Model içindeki vakum enerjisiyle ilişkilidir ve katkısı, teorik alana yaklaştırılarak sıfır noktası dalgalanmaları olarak hesaplanabilir. Ancak Standart Model kapsamında hesaplanan kozmolojik sabit ile gözlemlenen değer arasında 120 mertebe büyüklük farkı vardır. Dolayısıyla Standart Model karanlık enerji için yeterli bir açıklama getirmemektedir (King vd., 2007).

2.3.1. Hiyerarşi problemi

Hiyerarşi sorunu, elektrozayıf bozonların kütlesi ile Higgs bozonu ($M_{EW} = 100 \text{ GeV}$) ve Planck kütle ölçeği ($M_{\text{planck}} = 10^{19} \text{ GeV}$) arasındaki ölçek farkının nedeni olma eğilimindedir. Standart Model için kuantum alan teorisi kullanılarak Higgs kütesinin hesaplanması, Higgs kütesine katkıda bulunan bazı kuantum düzeltmelerinin olduğunu göstermektedir. Bu düzeltmelere üst kuarkın katkıları hakimdir çünkü üst kuarkın Yukawa bağlaşımının değeri büyüktür. Değeri Şekil (6)'daki döngü diyagramından ve aşağıdaki bağıntıya göre hesaplanabilir (Aker, 2019):

$$\Delta m_H^2 = -\frac{3y_t^2}{8\pi^2} \Lambda^2$$

Λ Teorinin gerçekleştiği enerji ölçeğini temsil eder (Logan vd., 2022). Bununla birlikte, Higgs bozonunun kütesinin yaklaşık 125 GeV olduğu deneysel olarak bulunmuştur ve bu nedenle Higgs kütesi için düzeltme 10^{34} kütenin kendisinden kat daha büyüktür. Hiyerarşi sorunu süpersimetri teorisi ile çözülebilir (Braathen vd., 2018).



Şekil 6. Üst kuark tarafından domine edilen Higgs bozonu kütlesine tek döngü düzeltmeleri. BSM fiziğine yaklaşımlar BSM fiziğine yaklaşımlar

Standart Model, parçacıkların ve evrenin fiziğini tam olarak tanımlamak için yeterli bir teori olmadığından, genişletilmesi gerekmektedir. Sonuç olarak bilim insanları, Standart Model'in sorunlarını çözmeye çalışan birçok teorinin bulunduğu Standart Model'in ötesinde fizik önermişlerdir. Parçacık fiziğinin deneysel olarak uygulanabilir herhangi bir teorisi bir şekilde Standart Modeli içermelidir. Standart Model'e atfettiğimiz gözlemlenen düşük enerji ölçeğindeki, elektrozayıf ölçekteki fiziği yeniden üretmelidir (T.A. Collaboration, 2021). Modeli oluşturmanın iki olası yolu vardır:

Yukarıdan aşağıya yaklaşım: Yüksek enerjilere, hatta belki de Planck ölçeğine kadar geçerli olan ve Standart Model ile ilgili sorunların bir kısmını veya tamamını çözecek eksiksiz bir teori bulmaya çalışılabilir. Ve daha sonra simetriyi kırarak veya büyük kütleli parçacıkları birleştirerek bu modelin zayıf elektrozayıf ölçek enerjisindeki sonuçlarını inceleyebilir. Yukarıdan aşağıya yaklaşım olarak adlandırılan bu yaklaşımın en iyi bilinen örneklerinden biri, fermiyonik ve bozonik durumların yüksek ölçeklerde geçerli olan ancak düşük enerjilerde kendiliğinden kırılan yeni bir simetri ile birbirine bağlandığı Süpersimetri-SUSY ve Büyük Birleşik Teorilerdir (GUT) (Krause vd., 2019).

Aşağıdan yukarıya yaklaşım: Yeni fizik modelleri oluşturmaya yönelik bir diğer yaklaşım da aşağıdan yukarıya yöntemidir (yaklaşım). Buradaki fikir, Standart Model'i elektrozayıf ölçek civarında veya biraz üzerindeki enerji ölçeklerinde yeni alanlar ve/veya Lagrangian'a yeni terimler ekleyerek genişletmektir. Amaç, Standart Model'in bazı sorunlarını ele almak ya da bazen sadece bu genişletmenin fenomenolojik sonuçlarını incelemektir. Bu yöntemin bir örneği, Standart Modelin Tahterevallli Mekanizması teorilerinden (Tip I, Tip II, Tip III, Ters Tahterevallli) biriyle genişletilmesidir. Çalışmamızda Standart Model'i süpersimetrik

modellerden biri olan Minimum Süpersimetrik Standart Model'e (MSSM) genişletmek ve ardından MSSM'yi birinci, ikinci ve üçüncü tip süpersimetrik salınım mekanizması ile genişletmekle ilgileneceğiz.

2.4. Nötrino Fiziği

Sert model önerildiğinde, P-çifti ihlali deneylerinin sonuçları, üretilen ve gözlemlenen nitrinoların neredeyse tamamının Sol-Elli parçacıklar olduğunu, yani Sağ-Elli nitrino reaksiyonlarının var olmadığını göstermiştir. Bu gözlemlere dayanarak, elektrozayıf teoride sağ-elli nötrinolar ihmal edildi (De Romeri, 2017). Nötrino parçacıklarının varlığı 1923 yılında Avustralyalı bilim adamı Pauli tarafından beta parçalanmasındaki kayıp enerjiyi açıklamak için öne sürülmüştür. Nötrino parçacıklarının 1/2 enerjiye sahip olduğunu, ancak kütsüz olduklarını, sıfır yüke sahip olduklarını ve madde ile çok zayıf etkileşime girdiklerini, bu nedenle hayalet parçacıklar (Ghost particles) olarak da adlandırıldıklarını düşündü (KATRIN Collaboration., 2022). O zamanlar sıfır kütle tüm verilerle tutarlıydı. Ancak 1968'den bu yana nötrinolar, güneş nötrino akısı ve atmosferik nötrinoları (1992'den beri) içeren deneylerin yanı sıra Kamioka Sıvı Sintilatör Antinötrino Dedektörü (KamLAND) deneyi ve Japonya'daki SuperKamiokande deneyi gibi nötrino gözlemevlerinde gözlemlenmiştir (CERN, 2024). SuperKamiokande deneyinde çalışan araştırmacılar 1998 yılında atmosferik nötrino titreşiminin ilk kanıtını açıkladı (Suzuki, Y., 2019) ve nötrinoların kütseli olduğuna ve leptonların (SuperKamiokande Collaboration., 1998) karıştığına dair güçlü kanıtlar sundu (De Romeri, 2017). Karlsruhe Tritiyum Nötrino Deneyi (KATRIN) Nötrino kütseli için üst sınır 2021'de (Xing, Z. (2017) 1,1 eV (%90CL) olup, 2022'de (Balantekin vd., 2018) 0,8 eV'ye (%90CL) düşerek nötrino kütselilerinin çok küçük olması gerektiğini göstermektedir.

2.4.1. Nitrinoat dirac

Bir nötrinonun Dirac kütseli, Higgs mekanizmasının standart modeli genişleterek bilinen fermiyon kütselilerini üretmesiyle aynı şekilde elde edilebilir (Dev, A., 2023). Bunu başarmanın en basit yolu nötrinoya üç sağ-elli alan eklemektir $\nu_{\alpha R}$; $\alpha \in \{e, \mu, \tau\}$ (Dev vd., 2012). Bu alan elektrozayıf etkileşimlere katılmaz, bu nedenle SU(2) altında tekil olmalıdır ve bu nedenle sıfır süper yüke sahiptir. Bu uzantı bazen "minimal genişletilmiş SM" olarak adlandırılır (De Romeri, 2017). Böylece Standart Model'in Yukawa Lagrangian'ına nötrino alanının bir neslini Higgs alanına bağlamak için yeni bir terim eklenebilir ve aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$(1) \quad \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\nu} = -y_{\nu} \bar{L}_L \tilde{H} \nu_R + h. c.$$

y_{ν} nitrino için Yukawa bağlaşım matrisini temsil eder (3×3).

Bu limit, nötrinin Dirac kütesinin kendiliğinden simetri kırılmasından sonra oluşur:

$$(2) \quad \mathcal{L}_{\text{mD}}^{\nu} = \frac{-v}{\sqrt{2}} y_{\nu} (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) = -m_D^{\nu} \bar{\nu}_R \nu_L + h. c.$$

Oysa: $m_D^{\nu} = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\nu}$ Dirac nötrino kütle matrisi. Nötrinolar deneysel olarak küçük bir kütleyle (kabaca 1eV'den az) sınırlandırıldığından, nötrinolar için Yukawa bağlaşım sabiti $y_{\nu} \sim 10^{-11}$ mertebesinde olacaktır. Bu yasak olmasa da anormal derecede küçüktür ve nötrinoları diğer fermiyonlardan açıkça ayırır (Calibbi vd., 2018).

2.4.2. Nitrinwat majorana

Birçok nötrino kütle modeli nötrinoları Majorana parçacıkları olarak kabul eder. Nötrino parçacıklarının sol ve sağ bileşenleri, yalnızca elektriksel olarak nötr parçacıklar için kullanılan $\psi_L^c = C \bar{\psi}_L^T \equiv \psi_R$ Majorana koşulu kullanılarak $\nu_R = (\nu_L)^c$ (Calibbi, G. S., & Signorelli, F., 2018) bağıntısıyla ilişkilendirilir. Burada $C = i\sigma_2$ yük ekinin Lorentz matrisidir (De Romeri, 2017). Majorana koşulu herhangi bir fermiyonu antiparçacığına dönüştürür. Başka bir deyişle, eğer bir fermiyon elektrik yüklüyse, Majorana koşulu o fermiyonun elektrik yükünü tersine çevirir ve böylece yük korunumu ilkesini ihlal eder (Dev vd., 2023). Bu nedenle, yüklü kuarklar ve leptonlar Majorana kütesine sahip olamazlar ve Majorana parçacıkları olarak kabul edilemezler. Denklem (2)'den ν_L^c yerine ν_R yazıldığında, sol araçlar için Majorana kütle ve sağ araçlar için bir denklem elde edilir (Krauß, M. B., 2013):

$$(3) \quad \mathcal{L}_{\text{Majorana}}^{\nu} = -\frac{1}{2} m_N \bar{\nu}_L^c \nu_L + h. c. = -\frac{1}{2} m_N \bar{\nu}_R^c \nu_R + h. c.$$

Burada m_N Nitrino Majorana kümesidir.

Majorana limiti nötrinoları ve antinötrinoları çiftler. Dirac nötrinoları $L = +1$ leptonik sayısına ve antinötrinolar $L = -1$ leptonik sayısına sahiptir. Bu nedenle Dirac terimi leptonik sayıyı korurken Majorana terimi leptonik sayıyı iki birim kırar $\Delta L = \pm 2$ (Anamiati vd., 2019). Majorana limiti Higgs mekanizması tarafından üretilemez ve bu nedenle diğer fermiyon kütle terimleriyle karşılaştırıldığında yeni bir kütle terimidir. Bu nedenle, böyle bir terimi üretmek için başka yöntemler aranmalı ve bu yöntem küçük kütlelerin doğal olarak elde edilmesini sağlamalıdır.

Majorana nötrinolarının doğası, yalnızca Majorana nötrinoları söz konusu olduğunda mümkün olan Nötrinolsüz Çift Beta Bozunumu ile test edilebilir. Bu süreçte iki beta parçacığı parçalanır ve böylece iki nötrino birbirini yok eder. GERDA, NEMO-3, CUORE ve KamLAND-Zen gibi bu bozunmayı arayan birçok deney vardır. Ancak, bu parçalanma henüz tespit edilememiştir ve etkin kütle parametresi için bir üst sınır vardır Calibbi vd., 2018):

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle \leq 0.2 \text{ eV}$$

2.4.3. Weinberg operatörü

Denklem (3)'teki Majorana kütle terimi 'n'yi Standart Model Lagrangian'ına doğrudan dahil edemez çünkü süperşarjörünün değerini korumaz. Tablo (8)'den, süperşarjın değerinin $Y = 2(Q - I_3)$ olduğunu görebiliriz (Dev vd., 2012):

$$v_L \bar{v}_L^c = 2(0 - 1) = -2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_N \bar{v}_L^c v_L = -1$$

Tablo 8. Sol-elli Majorana nötrino kütle terimi içindeki alan yükleri.

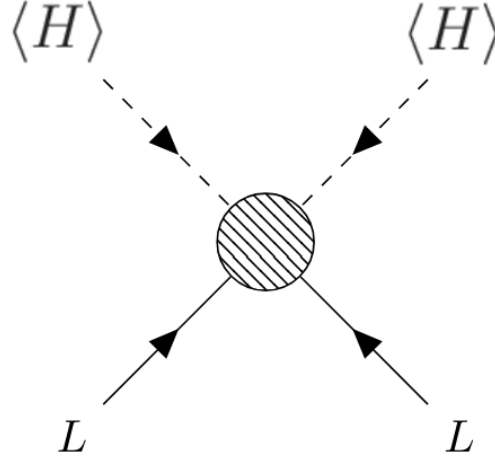
	ν_L	ν_L^c	$\bar{\nu}_L^c$	$\nu_L \bar{\nu}_L^c$
Q	0	0	0	0
I3	1/2	-1/2	1/2	1

Ancak, Majorana kütlesi Standart Model alanları kullanılarak üretilebilir (Krauß vd., 2013). Bu Etkin Alan Teorisi kullanılarak yapılır. Bu teoride, yeniden düzenlenemeyen etkin etkiler O^d Standart Model Lagrangian'ına eklenir ve şöyle yazılır (Pérez vd., 2021):

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{1}{\Lambda} \mathcal{L}^{d=5} + \frac{1}{\Lambda^2} \mathcal{L}^{d=6} + \frac{1}{\Lambda^3} \mathcal{L}^{d=7} +$$

Bu etkiler $d \geq 5$ boyutlarına sahiptir ve $d - 4$ kuvvetine yükseltilmiş yeni fizik enerji ölçeği Λ tarafından bastırılır, yani $\frac{1}{\Lambda^{d-4}}$. Bu durumda, elektrozayıf simetriyi kırdıktan sonra Majorana nötrino kütlelerini üreten en düşük dereceli etki, Şekil (7) 'deki gibi Weinberg Operatörü olarak adlandırılan bir sonraki etkidir $d = 5$ (Imaz vd., 2017). Weinberg etkisini şekilde yazıyoruz (Brdar vd., 2019):

$$(4) \quad \mathcal{O}_W = \frac{C_{\alpha\beta}}{\Lambda} \bar{L}_{Lj}^c \tilde{H}^* \tilde{H}^\dagger L_\beta + \text{h. c.}$$



Şekil 7. Feinberg etkisinin Feynman diyagramı.

Burada $C_{\alpha\beta}$ fiziksel modele bağlı bir parametre iken, Λ Yeni Fizik enerji ölçeğini temsil eder. α, β Leptonların aroması ile temsil edilir.

Elektrozayıf simetri kırılmasından sonra, Weinberg etkisi sol el nötrino alanı için Majorana kütle terimini verir (Doglioni, 2019):

$$(5) \quad \mathcal{L}_{M_\nu} = -\frac{C_{\alpha\beta}}{2} \frac{v^2}{\Lambda_{NP}} \overline{\nu_{L\alpha}^c} \nu_{L\beta} + h. c.$$

Hafif bir sol-elli nitrino için Majorana kütle matrisi şeklinde yazılır:

$$(6) \quad (M_\nu)_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta} \frac{v^2}{\Lambda_{NP}}$$

Bağıntı (6)'dan nötrino kütlelerinin Standart Model genişletildiğinde, yani yeni fizik durumunda ortaya çıkabileceğini görüyoruz (Doglioni, 2019). Küçük nötrino kütleleri ($m_\nu < 1 \text{ eV}$) çok büyük bir enerji ölçeğinde Λ_{NP} değerinin seçimiyle de tutarlıdır, örneğin $\Lambda_{NP} \sim O(10^{14}) \text{ GeV}$. Bu durumda nötrino kütleleri deneysel olarak gerçekleşmeyen $C_{\alpha\beta} \sim O(1)$ içine eV mertebesindedir, ancak $C_{\alpha\beta}$ birden çok daha küçük olabilir, bu da yeni fizik için enerji ölçeğinin daha düşük değerleriyle sonuçlanır Λ_{NP} (Brdar vd., 2019). Yani Λ_{NP} enerji ölçeği ne kadar yüksekse nötrino kütlesi de o kadar düşük olacaktır, sanki tahterevalli oynar gibi (Villamizar, 2019) Tahterevalli Mekanizması modellerinin fikri budur. Buna ek olarak, denklem (10)'dan hem lepton sayısının hem de leptonik lezzetin korunduğunu gözlemliyoruz $U(1)_{L_e} \times U(1)_{L_\mu} \times U(1)_{L_\tau}$ nüfuz eder (korunmaz), bu da lepton karışımı ve CP nüfuzunun beklenebileceği anlamına gelir (Doglioni, 2019).

2.4.4. Tahterevalli mekanizması

Salınım mekanizması modelleri, Ağaç Seviyesinde Weinberg etkisi yoluyla küçük nötrino kütleleri elde etmek için renormalize edilebilen en basit modellerden biridir. Salınım mekanizması, Standart Model'e leptonlar ve Higgs alanı arasında bir aracı görevi gören yeni bir ağır alanın eklenmesidir. Yeni ağır parçacık alanları, bu alanları entegre ettikten sonra Ağaç Seviyesinde nötrino kütlelerinin üretilmesinden ve en düşük mertebedeki tek etki olan Weinberg etkisinin üretilmesinden sorumludur (Villamizar, 2019).

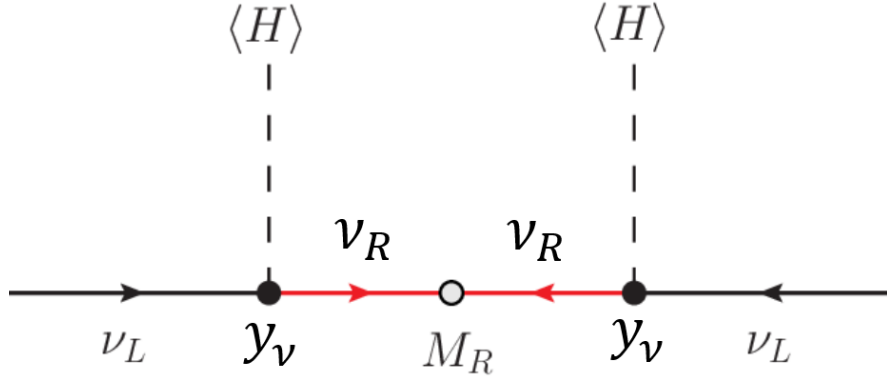
Eklenen ağır alanın türüne bağlı olarak Feinberg etkisini oluşturmanın üç yolu vardır:

- 1- Tek bir feromon alanının eklendiği Tahterevalli Tip-I salınım mekanizması.
- 2- Üçlü merdiven alanının eklendiği Tahterevalli Tip-II salınım mekanizması.
- 3- Tahterevalli Tip-II salınım mekanizması, burada üçlü bir fermiyon alanı eklenir (Imaz, 2017).

2.4.5. Tahterevalli tip-ı salınım mekanizması

Bu model Standart Model'in en önemli ve en basit uzantılarından biridir. Bu modelle ilgili önceki çalışmalar çoğunlukla nötrino salınımlarını ve baryonik asimetrisinin oluşumunu açıklama kabiliyetine odaklanmıştır. Yakın zamanda bu modelin Higgs potansiyeline nötrino-ağır eşik düzeltmeleri nedeniyle zayıf elektrozayıf ölçeğin kökenini de açıklayabildiği keşfedilmiştir (Barrie vd., 2022). Bu modelde Standart Model, Standart Model'in modüler kombinasyonu $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ altında bir tekillik $(1, 1, 1, 0)$ olarak dönüşen sağ eli nötrino alanlarının ν_R eklenmesiyle genişletilmiştir. Bu alanlar nötrinoların Higgs alanıyla etkileşerek Yukawa bağlaşım sabitine sahip olmalarını ve Şekil (8)'de olduğu gibi Majorana kütesine sahip olmalarını sağlar, böylece Lagrangian şeklinde yazılabilir (Villamizar, 2019):

$$(7) \quad \mathcal{L}_{\text{type-I}} = -y_{\nu}^{ij} \bar{L}_i \tilde{H} \nu_{Rj} - \frac{1}{2} m_M^{ij} \bar{\nu}_{Ri}^c \nu_{Rj} + \text{h. C.}$$



Şekil 8. Tip I salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı

Oto-simetriyi kırdıktan sonra, aşağıdaki gibi yazılan nötrino kütle Lagrangian'ını elde ederiz:

$$(8) \quad \mathcal{L}_{\text{type-I}}^{\text{mass}} = -m_D^{ij} \overline{\nu_{Li}^c} \nu_{Rj} - \frac{1}{2} M_R^{ij} \overline{\nu_{Ri}^c} \nu_{Ri} + h. C$$

Denklem (12)'yi $N_L = (\nu_{Li}, \nu_{Ri}^c)^T$ adresinde aşağıdaki gibi yazıyoruz:

$$(9) \quad \mathcal{L}_{\text{type-I}}^{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \overline{N_L} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} N_L + h. C. = -\frac{1}{2} \overline{N_L} \mathcal{M}_{\text{type-I}}^{\nu} N_L + h. C.$$

Nerede: $\mathcal{M}_{\text{type-I}}^{\nu} = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix}$ Nötrino kütle matrisini temsil eder. $m_D = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\nu}$ Nötrinolar

için Dirac kütle terimini temsil eder. M_R : Sağ Majorana nötrino kütle terimi.

$\mathcal{M}_{\text{type-I}}^{\nu}$ matrisinin damıtılmasından sonra, $m_D \ll M_R$ (Villamizar, 2019) olması koşuluyla ağır ve hafif nitrino kütleleri elde ederiz:

$$\begin{pmatrix} m_{\nu} & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -m_D^T M_R^{-1} m_D & 0 \\ 0 & M_R \end{pmatrix}$$

Ondan:

$$(10) \quad m_{\nu} \approx -m_D^T M_R^{-1} m_D \approx -\frac{v^2}{2} y_{\nu}^T M_R^{-1} y_{\nu}$$

$$(11) \quad M_N \approx M_R$$

Fiziksel nötrinolardan biri Weinberg etkisini bastıran büyük enerji ölçeği olan ağır bir durum M_R (denklem 5, 6), diğeri ise M_R^{-1} tarafından bastırılan küçük kütleli m_{ν} hafif bir durumdur. Dolayısıyla sol nötrinoların küçük kütlesi, sağ Majorana nötrinoların M_R (Villamizar, 2019) büyük kütesinden kaynaklanmaktadır. $m_{\nu} \sim 0.1 \text{ eV}$, $y_{\nu} \sim 1$, M_R için 10^{+14} GeV mertebesinde olacaktır ki bu deneysel olarak tespit edilebilir (Brdar vd., 2019)

olmaktan çok uzaktır. Öte yandan, ağır nötrinolar TeV mertebesinde olduğunda, Yukawa bağlaşımları çok küçük $v_{\nu} \sim 10^{-5}$ mertebesinde dir. Sonuç olarak, bu ağır nötrinoların çarpıştırıcılarda doğrudan üretimi ve bu ağır nötrinolarla ilişkili yeni fenomenlerin çoğu önemli ölçüde bastırılacaktır (koşullandırılacaktır) (Villamizar, 2019).

2.4.6. Tahterevalli tip-II salınım mekanizması

Bu mekanizmada, Standart Model parçacıklarına 2 süper yük ile yeni bir üçlü (Higgs üçlüsü) $(\vec{\Delta} = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3))$ eklenir. Δ alanı, Standart Model'in standart kligi $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (Cheng vd., 2022) altında (1, 3, 2) olarak dönüştürülür. Pauli matrisleri, $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)\Delta$ merdiven alanını 2×2 matrisi olarak temsil etmek için kullanılabilir, çünkü $SU(2)_L$ kliginde bir üçlü olarak dönüştürülür ve yazarız (Gonzalez-Garcia vd., 2023):

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\sigma} \vec{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta_3 & \Delta_1 - i \Delta_2 \\ \Delta_1 + i \Delta_2 & -\Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Oysa:

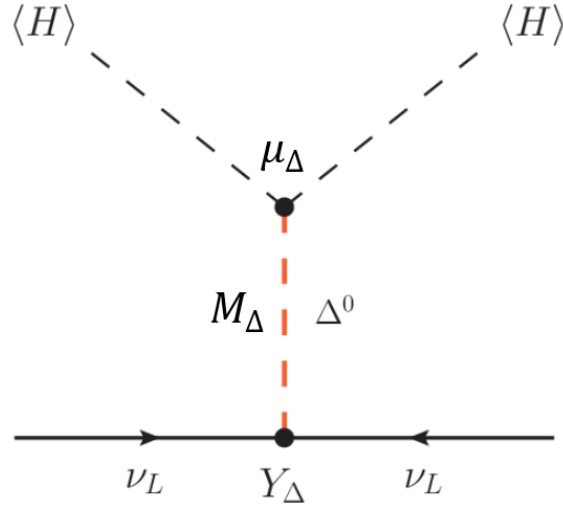
$$\Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Delta_1 + i \Delta_2) \Delta^+ = \Delta_3 \quad \Delta^{++} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Delta_1 - i \Delta_2)$$

Bu bileşikler için izospin tersiyer bileşik değerleri soldan başlayarak sırasıyla $l_3 = +1, 0, -1$ (De Romeri, 2017) şeklindedir. Δ^0 üçlü alanın orta derecede yüklü bileşiklerini temsil ederken, Δ^+, Δ^{++} üçlü alanın yüklü bileşiklerini temsil etmektedir. Bu bileşikler karasal çarpıştırıcı mücadelesinde önemli bir rol oynamaktadır ve beklenen teorik sonuçları Tip II salınım mekanizmasının keşfi ve karakterizasyonunun bir parçası olacaktır (Barenboim, 2016). Üçlü Higgs alanının eklenmesi, Şekil (8)'de olduğu gibi, lepton çiftlerinin nötrino parçacıkları için kütle oluşturmak üzere bir araya gelmesine izin verdiği için yeni etkileşimlere yol açar. Lagrangian'ı aşağıdaki gibi yazıyoruz:

$$(12) \quad \mathcal{L}_{\Delta} = -y_{\Delta}^{ij} \bar{L}_i^c \sigma_2 \Delta L_j + M_{\Delta}^2 \text{Tr}(\Delta^{\dagger} \Delta) + \mu_{\Delta} H^T i \sigma_2 \Delta^{\dagger} H + \text{h.c.}$$

İlk terim leptonlar ve Y_{Δ} bağlaşım sabiti ile üçlü Δ alanı arasındaki Yukawa bağlaşımını temsil eder ve ikinci ve üçüncü terimler Δ alanının Higgs alanı H ile etkileşimlerini içeren barışçıl potansiyel (Higgs potansiyeli) için yeni terimlerdir (iki önemli terim barışçıl potansiyel çalışmamızda yazılmıştır, daha fazla bilgi için bkz. (Gonzalez-Garcia vd., 2023)).

: $M_{\Delta} \Delta$ merdiven alanının kütlesini, $\mu_{\Delta} \Delta$ alanının Higgs alan diyotları ile kuplamını temsil eder (Villamizar, 2019).



Şekil 9. Tip II salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı.

Higgs mekanizmasına benzer şekilde, kütle terimini elde etmek için, üçlü barışçıl alanın ılımlı bileşeni Δ^0 elektrozayıf simetriyi kırdıktan sonra bir vakum beklenen değeri (VEV) elde eder. Δ alanı için vakumda beklenen değer (v_Δ) Higgs alanı için vakumda beklenen değerden (v), yani $v_\Delta \ll v$, çok daha küçük olduğunda ve ayrıca bir alan için vakumda beklenen değer üçlü barışçıl alanın kütlesinden ($v \ll M_\Delta$) daha küçük olduğunda, v_Δ aşağıdaki gibi yazılır:

$$v_\Delta = \frac{\mu_\Delta v^2}{\sqrt{2} M_\Delta^2}$$

Sol-elli nötrino parçacıklarının kütlesi denklem ile verilir (Gonzalez-Garcia vd., 2023):

$$m_\nu = \sqrt{2} v_\Delta y_\Delta = y_\Delta \frac{\mu_\Delta v^2}{M_\Delta^2}$$

Şimdi bu modelin küçük nötrino kütlesini nasıl açıklayabileceğini anlayabiliriz. Son iki denklemi göz önüne aldığımızda şu sonuca varırız:

- 1- Yukawa bağlaşım sabitlerinin küçük olması (y_Δ) veya barışçıl üçlü alanın kütlesinin (M_Δ) ilk modelde olduğu gibi çok büyük olması mümkündür.
- 2- μ_Δ parametresi küçük olduğunda, Y_Δ büyük ve M_Δ düşük olduğunda bile küçük nötrino kütlesini açıklayabilir (Villamizar, 2019).

Bununla birlikte, SM parçacıklarına yeni bir barışçıl alan eklemek genellikle Higgs sektörünü değiştirecek veya deneyler tarafından kısıtlanan elektrozayıf gözlemlerin doğruluğuna katkıda bulunacaktır. Örneğin, deneysel ölçümler yeni üçlü barışçıl alanın vakumdaki beklenen değerine bir üst sınır koymaktadır $v_\Delta \leq 3 \text{ GeV}$. Neyse ki, v_Δ 'un bu küçük değeri, kütle ölçeği

μ 'ye nüfuz eden leptonik sayının küçük bir penetrasyonu ile açıklanabilir. Buna ek olarak, barışçıl üçlünün iki yüklü bileşiği de ağaç seviyesinde aroma değişim süreçlerine neden olabilir, ancak bunlar henüz herhangi bir deney tarafından gözlemlenmemiştir (Villamizar, 2019). Tip II salınım mekanizmasında sağ elli nitrinoların varlığı, küçük nitrino kütlelerinin varlığını açıklamak için gerekli değildir (Haber, 2021).

2.4.7. Tahterevalli tip-III salınım mekanizması

Bu durumda sıfır süper yüke sahip üçlü bir fermiyon alanı Σ eklenir, yani standart modelin standart kılıfı altında $(1, 3, 0)$ olarak dönüştürülür $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Üçlü fermiyon alanı aşağıdaki gibi bir matris olarak yazılır (Haber, 2021):

$$\Sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{\sigma} \cdot \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & \Sigma^+ \\ \Sigma^- & \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Oysa:

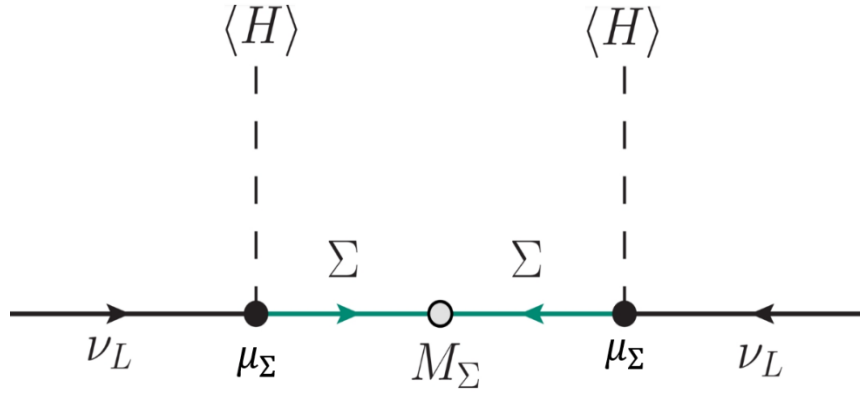
$$\Sigma^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Sigma_1 \mp i \Sigma_2), \Sigma^0 = \Sigma_3$$

Tip III salınım mekanizması tip I salınım mekanizmasına benzerdir ve bu nedenle Σ alanı, Şekil (10) 'da olduğu gibi, tip I ν_R alanına benzer şekilde hem leptonlara hem de barışçıl Higgs bozonuna bağlanır. Lagrangian bu modeli aşağıdaki gibi yazar (Villamizar, 2019):

$$(13) \quad \mathcal{L}_{\text{type-III}} = -y_\Sigma^{ij} \bar{L}_i \tilde{H} \Sigma_j - \frac{1}{2} M_\Sigma^{ij} \text{Tr}(\bar{\Sigma}_i^c \Sigma_j) + \text{h. C.}$$

Bu Lagrangian Tip I Lagrangian'a benzer, burada Y_Σ Yukawa bağlaşım matrisidir, M_Σ kütle matrisidir Σ (Majorana kütlesi). $M_\Sigma \gg Y_\Sigma v$ (salınım mekanizması koşulu) ve elektrozayıf simetriyi kırdıktan sonra, Tip I salınım mekanizmasına benzer şekilde hafif nötrino kütle matrisini elde ederiz (Calibbi vd., 2018) :

$$m_\nu \approx -\frac{v^2}{2} y_\Sigma M_\Sigma^{-1} y_\Sigma^T$$

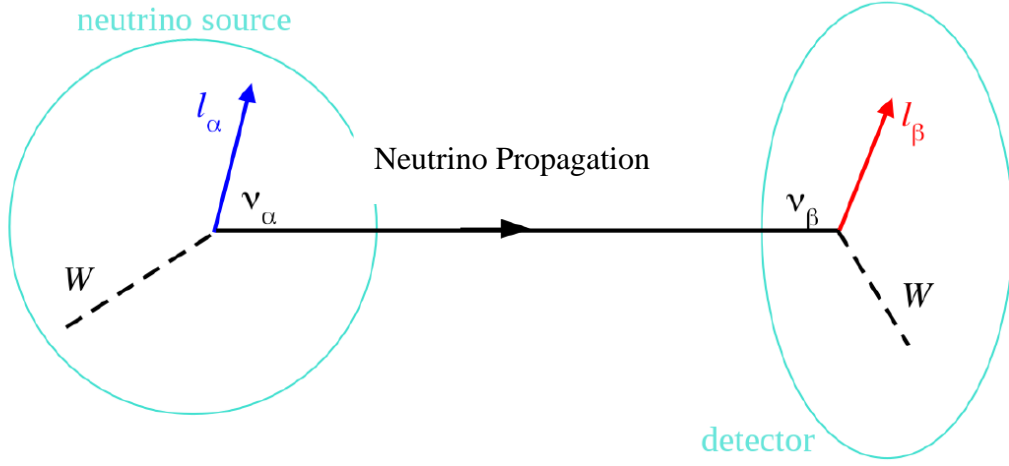


Şekil 10. Tip III salınım mekanizması için ağaç seviyesinde Feynman diyagramı.

Aslında, Σ 'un ılımlı bileşeni, tip I salınım mekanizmasındaki sağ eli nötrino ile aynı şekilde davranır. Σ , $SU(2)_L$ altında üçlü olmasına rağmen, standart modelin standart bağlaşımlarına sahiptir. Bu durum Σ^\pm henüz deneysel olarak gözlemlenmemiş olan yüklü bileşikler tarafından ağaç seviyesinde lezzet değiştiren akımlar gibi yeni olgulara yol açabilir (Villamizar, 2019).

2.4.8. Nötrino titreşimi

Nötrinolar zayıf yüklü etkileşimlere katılırlar ve her zaman yüklü bir leptonla üretilirler, bu nedenle herhangi bir parçacıkla veya parçacık dedektörleri gibi malzemelerle etkileşime girmeden uzun mesafeler kat edebilirler (Villamizar, 2019). Eğer nötrinoların kütlesi varsa, nötrinolar belli bir mesafeye yayıldıkça leptonik tatları değişeceğinden, nötrino yayılımında leptonik tat korunmaz. Bir kaynak kullanılarak ν_α (örneğin elektron nötrinosu) aromasına sahip bir nötrino üretilirse, dedektöre ulaşmak için bir L mesafesi kat ettikten sonra, farklı bir aromaya sahip bir nötrino ν_β (örneğin müon nötrinosu) tespit edilecektir, bu fenomen Şekil (11)'de olduğu gibi nötrino titreşimi olarak adlandırılır (Volpp, 2017). Nötrinolar aromalarına (ν_e, ν_μ, ν_τ) ve içsel kütlelerine (ν_1, ν_2, ν_3) göre sınıflandırılır, ancak deneylerde aynı anda tanımlanamazlar. Örneğin, bu yöntemi kullanarak, bir elektron nötrino, nötrino 1, nötrino 2 ve nötrino 3'ün bir kombinasyonudur, buna nötrino karışımı denir.



Şekil 11. Nötrinoların $\alpha \rightarrow \beta$ kaynaktan dedektöre iletimi.

Lezzet ve kütlelerin öznel (özel) durumları aşağıdaki ilişki ile ilişkilidir (Gonzalez-Garcia vd., 2023):

$$v_\alpha = \sum_{i=1}^3 (U_{PMNS})_{\alpha i} v_i$$

$$\begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \\ v_\tau \end{pmatrix} = U_{PMNS} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

U_{PMNS} Üniter (3×3) nötrino karışım matrisini veya Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata matrisini temsil eder. U_{PMNS} matrisi olarak yazılır (Gonzalez-Garcia vd., 2023):

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}S_{13}S_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{12}C_{23} - S_{12}S_{13}S_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{13}S_{23} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}S_{13}C_{23}e^{i\delta_{CP}} & -C_{12}S_{23} - S_{12}S_{13}C_{23}e^{i\delta_{CP}} & C_{13}C_{23} \end{pmatrix} \cdot P$$

Oysa: $C_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$, $S_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$, θ_{ij} : Nötrino karışım açıları. δ_{CP} : CP penetrasyonu için Dirac faz açısı ve ϕ_1, ϕ_2 CP penetrasyonu için iki Majorana faz açısı içeren ve nötrino titreşiminde rol oynamayan $P = \text{diag}(1, e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2})$ köşegen matrisi (Granelli, 2024). Nötrinolar ışık hızına yakın hareket ettikçe rölativistik sınırlar içinde vakumda v_α lezzetinden v_β lezzetine titreşme olasılığı aşağıdaki bağıntı ile verilir (Bettini, 2014):

$$P_{\alpha \rightarrow \beta}(L, E) = \sum_{i,j=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right)$$

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \sin^2(2\theta_{ji}) \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right]$$

Oysa $U = U_{PMNS}$, $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ İki nötrino durumu arasındaki kütle karesi farkı i, j, E Nötrino enerjisi (Krauß, 2013). Bu denklem doğal birimlerde $\hbar = c = 1$ olarak yazılır, ancak SI'da olarak yazılır:

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \sin^2(2\theta_{ji}) \sin^2 \left[1.27 \frac{\Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2] L [\text{Km}]}{4E [\text{GeV}]} \right]$$

Oysa:

$$\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} = 1.27 \frac{\Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2] L [\text{Km}]}{4E [\text{GeV}]}$$

Daha fazla bilgi için referansları okuyun (Cao vd., 2022). Güneş nötrinoları, atmosferik nötrinolar ve reaktörler ve hızlandırıcılardaki nötrinolar da dahil olmak üzere birçok deney nötrino titreşimi olgusunu ve dolayısıyla nötrino parçacık kütlelerinin varlığını doğrulamıştır. Bu deneysel çalışmalara rağmen, nötrino titreşimi ve kütlesi ile ilgili bazı sorunlar vardır:

- 1- Nötrino kütlesinin mutlak ölçeği bilinmemektedir, ancak Tablo (9)'de olduğu gibi eV ölçeğinde veya beta parçalanmalarındaki etkin elektron nötrinosunun üst sınırlarının altında olduğu bilinmektedir (Villamizar, 2019).
- 2- Nötrinolar Majorana parçacıkları olabilirler çünkü yüksüzdürler (antiparçacıkları aynıdır). Bu, Standart Model'deki diğer fermiyonların (Dirac fermiyonları) aksine, onların karşıt parçacıkları farklı bir durumdur.
- 3- Ağır nötrinolar Standart Model'e yeni CP penetrasyon aşamaları ekler (Villamizar, 2019). Birçok deney nötrinoların farklı özelliklerini, nötrino çalkalama deneyleriyle belirlenebilen karışım açılarını $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$, kütle katsayılarını $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{32}^2 \approx \Delta m_{31}^2$ ve Dirac fazını δ_{CP} ölçerek ve böylece nötrino parçacıklarının kütlelerini [3] belirleyerek belirlemeye çalışır. Ancak bu deneyler mutlak kütle ölçeği ya da nötrino parçacıklarının kütlelerinin nasıl hiyerarşik olduğu hakkında bilgi vermemektedir. Bu deneyleri sayesinde bilim insanları Δm_{32}^2 veya Δm_{31}^2 (atmosferik nötrino) işaretini bilmedikleri halde $\Delta m_{21}^2 > 0$ (güneş nötrinosu) işaretini bilebilmişlerdir ve bu da nötrino kütlelerini iki farklı dizilişte düzenleme imkanı vermektedir (Giri, 2015):

- 1- Normal Sıralama: $m_1 < m_2 < m_3$ $\Delta m_{31}^2 \equiv \Delta m_{\text{atm}}^2 > 0$
- 2- Ters Sıralama: $m_3 < m_1 < m_2$ Nerede $\Delta m_{32}^2 \equiv \Delta m_{\text{atm}}^2 < 0$

Bu düzenleme, olduğu gibi, iki hafif veya iki ağır nötron arasındaki karesel kütle farkının olup olmadığına dair açık bir soru bırakmaktadır (Calibbi vd., 2018).

Tablo 9. Nötrino kütleleri için üst sınırlar, $m_{\nu e}$, beta-ayırışma deneylerinden hesaplanmıştır, $m_{\beta\beta}$, nötrinossuz çift beta-ayırışmadan hesaplanmıştır, $\sum m_{\nu}$, astronomik deneylerden hesaplanmıştır.

Laboratuvarlar	Üst sınır	Deneyimin adı
Elektron nötrino kütleleri $m_{\nu e}$	2,30 eV (%95 C.L.)	MAINZ
	2,05 eV (%95 C.L.)	TROITSK
	0,8 eV (yüzde 90 C.L.)	KATRİN (Balantekin, 2018)
Nitrino Majorana Aktif Blok $m_{\beta\beta}$	0,12-0,26 eV (yüzde 90 C.L.)	GERDA
	0,11-0,52 eV (yüzde 90 C.L.)	CUORE
	0,061-0,165 eV (yüzde 90 C.L.)	KamLAND-Zen
Toplam nötrino kütleleri $\sum m_{\nu}$	0,12-0,15 eV (%95 C.L.)	SPK ve LSS De (Romeri, 2017)

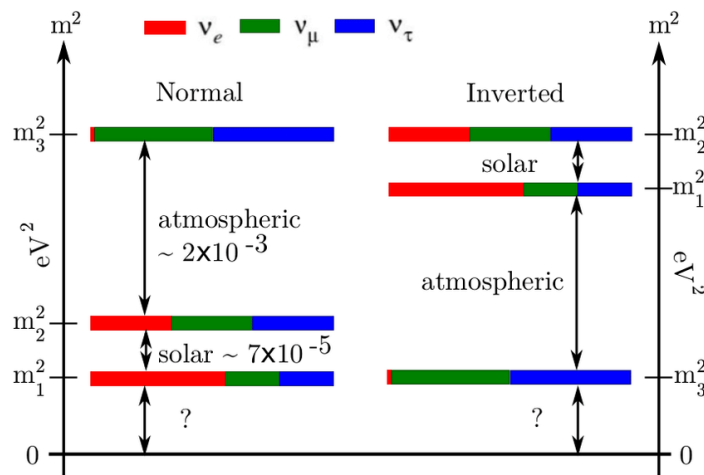
Deneysel nitrinoss titreşimi için parametre değerleri (Bettini, 2008):

$$\sin^2(\theta_{12}) = 0.307 \pm 0.013, \Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

$$\sin^2(\theta_{23}) = 0.539 \pm 0.022, \Delta m_{32}^2 = (-2.536 \pm 0.034) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (Ters sıralama)}$$

$$\sin^2(\theta_{23}) = 0.556 \pm 0.021, \Delta m_{32}^2 = (2.453 \pm 0.033) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (Doğal sıralama)}$$

$$\sin^2(\theta_{13}) = (2.20 \pm 0.07) \times 10^{-2}, \delta_{CP} = (1.23 \pm 0.21)\pi \text{ rad}$$

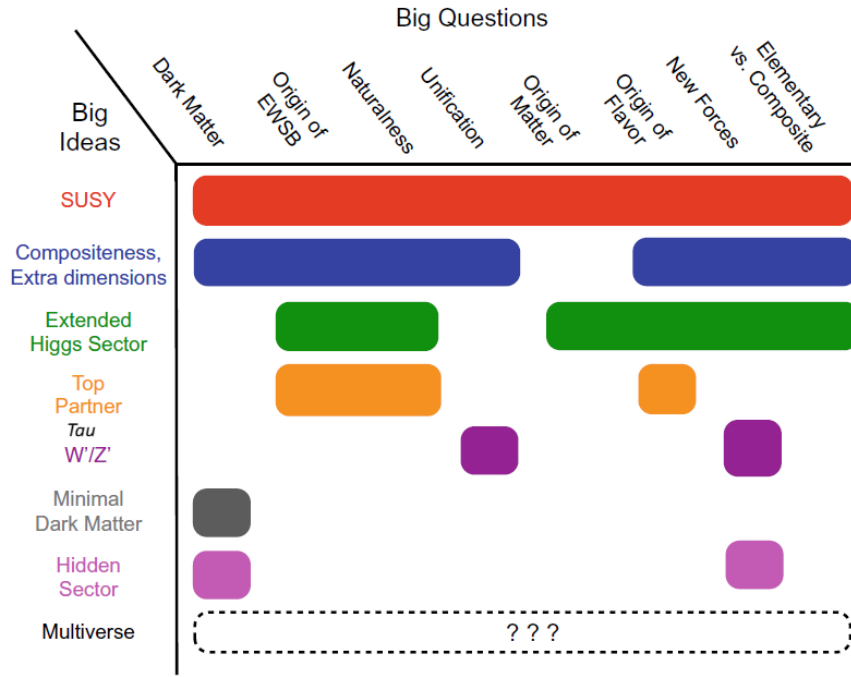


Şekil 12. Nötrino parçacık kütlelerinin iki olası düzeni (dizilimi), ters sıra (sağda) ve doğal sıra (solda).

Renkler her bir fiziksel nötrino için lezzet bileşiklerini temsil etmektedir: ν_e ν_μ kırmızı, yeşil, ν_τ mavi. Bu şekil, nötrino kütlelerinin iki olası düzenini göstermektedir: solda doğal sıralama (normal hiyerarşi) — burada m_3 en ağırdır, sağda ise ters sıralama (inverted hiyerarşi) burada m_3 en hafiftir. m_1 , m_2 ve m_3 seviyeleri, nötrinoların kütle öz durumlarını temsil ederken; aralarındaki mesafeler, güneş ve atmosferik nötrino deneylerinden elde edilen kütle kare farklarını yansıtır. Atmosferik fark yaklaşık $2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, güneş kaynaklı fark ise yaklaşık $7 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ 'dir. Her seviyede görülen renkler, o kütle halindeki nötrino lezzetlerinin karışım oranlarını ifade eder. Yani, her kütle seviyesi bu üç nötrino türünün belirli oranlardaki karışımıdır. Örneğin, m_1 seviyesinde elektron nötrino oranı yüksektir (kırmızı baskın), m_3 seviyesinde ise tau oranı daha yüksektir (mavi baskın). Bu karışım, nötrino salınımlarının (oscillation) gerçekleşmesini sağlar — bir nötrino türü zamanla diğerine dönüşebilir. Ancak, en hafif nötrinonun mutlak kütlesi henüz bilinmediği için hangi sıralamanın doğru olduğu kesin olarak belirlenememiştir.

2.5. Süpersimetri

1970'lerde parçacık fiziğinin Standart Modeli çeşitli teorik ve deneysel çabalar sonucunda ortaya çıkmıştır. Standart Model, TeV mertebesindeki bir enerji ölçeğine kadar temel parçacıkların hem etkileşimlerini hem de özelliklerini çok yüksek bir doğrulukla açıklayabilmektedir. Ancak Standart Model, daha önce de belirtildiği gibi, yine de evreni açıklayan tam bir teori olarak kabul edilemez. Standart Model, evrendeki dört temel kuvvetten biri olan kütleçekimini tamamen göz ardı etmektedir. Dahası, son yirmi yılda, bildiğimiz haliyle maddenin evrenin yalnızca küçük bir bölümünü oluşturduğu, evrene karanlık enerji ve karanlık madde adı verilen ve henüz anlaşılamamış ve açıklanamamış iki gizemli varlığın hakim olduğu kanıtlanmıştır. Standart Model'in ayrıca madde ve antimaddenin asimetrisi ve nötrino parçacıklarının titreşimleri için de bir açıklaması yoktur (Fayet, 2016).



Şekil 13. Modern parçacık fiziğinin ortaya koyduğu sorular ile bu soruları çözmek için öne sürülen fikirler arasındaki örtüşme.

Daha önce bahsedilen standart model sorunlarının çoğu süpersimetrik model kullanılarak çözülebilir. Şekil (13), bugüne kadar hiçbir süpersimetrik parçacık tespit edilmemiş olmasına rağmen, teorik açıdan süpersimetri teorisinin büyük başarısını göstermektedir (Weiß, 2012).

2.5.1. Süpersimetri teorisine genel bakış

Süpersimetri, bozonlar ve fermiyonlar arasındaki simetridir ve evrendeki dört temel kuvveti, fermiyon için bozonik bir partnerin olduğu ve bunun tersinin de geçerli olduğu tek bir kuvvette (tek bir teoride) birleştirmeyi amaçlar. Bu yeni parçacıklara süpersimetrik parçacıklar denir (Akrami, 2011). Standart Model fermiyonları ile ortak olan süpersimetrik parçacıklar (S) ön eki ile etiketlenirken, Standart Model bozonları ile ortak olan süpersimetrik parçacıklar (ino) son eki ile etiketlenir (King, 2007). Böylece, her Standart Model parçacığının spin değeri ($1/2$) kadar farklı olan bir süpersimetrik karşılığı (partneri) olacaktır. Başka bir deyişle, leptonlar ve kuarklar (spini $1/2$ olan), sırasıyla süpersimetrik leptonlar (Sleptonlar) ve süpersimetrik kuarklar (Squarklar) olarak adlandırılan süpersimetrik parçacıklara (spini 0 olan) sahip olacaktır. Hem standart bozonların (spin 1) hem de Higgs bozonunun (spin 0) süpersimetrik parçacıklarına Gauginos (spin $1/2$) ve Higgsinos (spin $1/2$) denir. Standart Model parçacıkları ve süpersimetrik parçacıklar, Supermultiplets veya Superfields olarak gruplandırılır (Baer vd., 2019). İki tür süper alanımız vardır:

A. Kiral süper alanlar Φ (Kiral): Standart gösterge dönüşümleri altında sol elli parçacıkların sağ elli parçacıklardan farklı şekilde dönüştüğü fermiyonları içerir. Standart Model fermiyonları bu özelliğe sahiptir ve bu nedenle süper partnerleriyle birlikte kiral süper alanlarda bulunmalıdır.

Aynı zamanda süper yüklü ortağı (Higgsino) ile bir Higgs alanı içerir, burada süper yükün değeri ile farklılık gösterirler (Martin, 2016).

B. Standart V (Gauge) veya radyal süper alanlar: Standart Model'deki radyal gösterge bozonlarını ve bunların süper partnerlerini (giginolar) içerir (Gladyshev vd., 2012).

Süpersimetri modelinin önemli bir özelliği, Higgs bozonu kütleindeki kuantum düzeltmelerinin kuadratik farklarını iptal ederek hiyerarşi problemini çözmesidir. Süpersimetri parçacıklarının katkısıyla, Higgs bozonu kütlelerine bir-döngü düzeltmesi, Şekil (14)'teki gibi döngü diyagramlarının toplamı hesaplanarak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\Delta m_H^2 = -\frac{3y_t^2}{8\pi^2} \Lambda^2 + \left[\frac{3y_t^2}{8\pi^2} \Lambda^2 - \frac{3y_t^2}{4\pi^2} m_{\tilde{t}}^2 \ln\left(\frac{\Lambda}{m_{\tilde{t}}}\right) \right] = -\frac{3y_t^2}{4\pi^2} m_{\tilde{t}}^2 \ln\left(\frac{\Lambda}{m_{\tilde{t}}}\right)$$

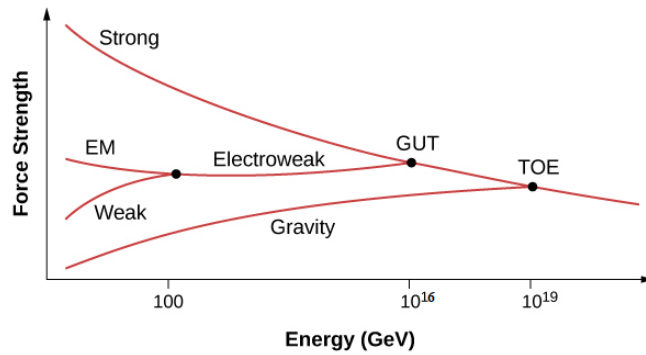
Burada $m_{\tilde{t}}$ süpersimetrik kuarkın (üst kuarkın bozonik ortağı) kütleleridir (Logan, 2022). Son bağıntıdan, Higgs kütlelerine kuantum düzeltmelerinin kuadratik farklarının, Şekil (14)'te olduğu gibi eşit sayıda ama zıt işaretli fermiyon ve bozon döngülerine sahip olarak iptal edilebileceğini görüyoruz (Smaranda, 2020).



Şekil 14. Süpersimetri modelinde Higgs bozonu kütleleri için tek döngü düzeltmesi.

Süpersimetri aynı zamanda LSP'deki en hafif parçacık olan nötrinonun bozunmasını engelleyen ve kararlı bir parçacık ve karanlık madde için olası bir aday olan R-paritesi adı verilen özel bir simetriyi (yeni bir kuantum sayısı) varsayarak karanlık maddenin kökenini de açıklayabilir (Köhler, 2019). Süpersimetri aynı zamanda Standart Model'in standart topluluğunun tüm bağlantı sabitlerinin $G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 10^{16} GeV mertebesinde olan GUT ölçeğinde (M_{GUT}) yakınsadığı Büyük Birleşme Teorilerini (GUT) de oluşturabilir. GUT teorisine göre, evreni yöneten dört temel kuvvetten üçü çok yüksek enerji ölçeklerinde tek bir

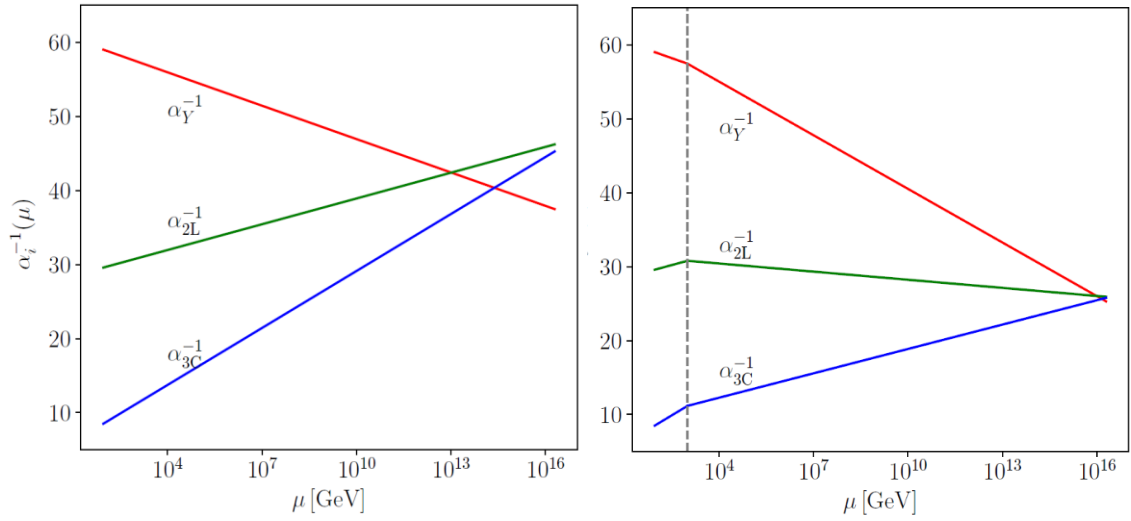
kuvvette birleşir. Kendiliğinden simetri kırılması nedeniyle, bu birleşik kuvvet Şekil (15)'te olduğu gibi üç kuvvete (güçlü nükleer kuvvetler, zayıf nükleer kuvvetler ve elektromanyetik kuvvetler) ayrılır. Böyle bir fikir, önceki üç etkileşim için bağlaşım sabitlerinin yüksek enerjilerde yakınsamasını gerektirecektir. Ancak Standart Model bunu başaramamaktadır, çünkü güçlü ve zayıf etkileşimler için bağlaşım sabitlerinin değeri (g_i) (güçlü ve zayıf kuvvetler) enerji değeri arttıkça azalırken $\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi} \Rightarrow \frac{1}{\alpha_i} = \alpha_i^{-1} = \frac{4\pi}{g_i^2}$ elektromanyetik etkileşimler için bağlaşım sabitinin değeri artmaktadır (Marchesini, 2011).



Şekil 15. Evrendeki dört temel kuvvet Her Şeyin Teorisi ölçeğinde birleşmiştir.

Güçlü ve zayıf nükleer kuvvetler Büyük Birleşik Teori ölçeğinde ayrılır ve elektrozayıf simetri kırılması ölçeğinde (100 GeV adresine kadar) elektromanyetik kuvvetler zayıf n. Nasıl birleşebileceğini göstermektedir. Yatay eksen enerji ölçeğini (GeV cinsinden) temsil eder ve yaklaşık 100 GeV'den başlayarak Planck enerjisine ($10^{19} GeV$) kadar uzanır. Dikey eksen ise kuvvetlerin şiddetini gösterir. Düşük enerjilerde elektromanyetik, zayıf, güçlü ve kütleçekim kuvvetleri birbirinden tamamen farklı şiddet ve özelliklere sahiptir. Yaklaşık 100 GeV civarında elektromanyetik kuvvet ile zayıf nükleer kuvvet birleşerek elektrozayıf kuvvet adını alır. Enerji seviyesi 10^{16} GeV'ye yaklaştığında – bu seviye Büyük Birleşik Teori (GUT) ölçeği olarak bilinir – güçlü nükleer kuvvet de bu birleşime katılır. Bu noktada, bu üç kuvvetin tek bir kuramsal çerçevede tanımlanabileceği düşünülmektedir. Enerji 10^{19} GeV'ye yani Planck ölçeğine yaklaştığında, kütleçekim kuvvetinin de b birleşime dahil olacağı ve böylece tüm temel kuvvetleri tek bir teoride birleştiren Her Şeyin Teorisi (TOE)'nin mümkün olabileceği varsayılır. Bu teori henüz deneysel olarak kanıtlanmamış olsa da modern fiziğin en büyük hedeflerinden biri olarak kabul edilir ve sicim teorisi ile kuantum kütleçekim araştırmalarının merkezinde yer alır. Kesin verileri ekstrapole ederek, bağlaşım sabitlerinin $10^{16} GeV$ mertebesindeki enerji ölçeğinde tek bir noktada buluşmadan birbirlerine yaklaştığını

gözlemliyoruz. Süpersimetri teorisi durumunda bağlaşım sabitleri ölçekte yakınsarken, Şekil (16)'da olduğu gibi (Dumont, 2014).



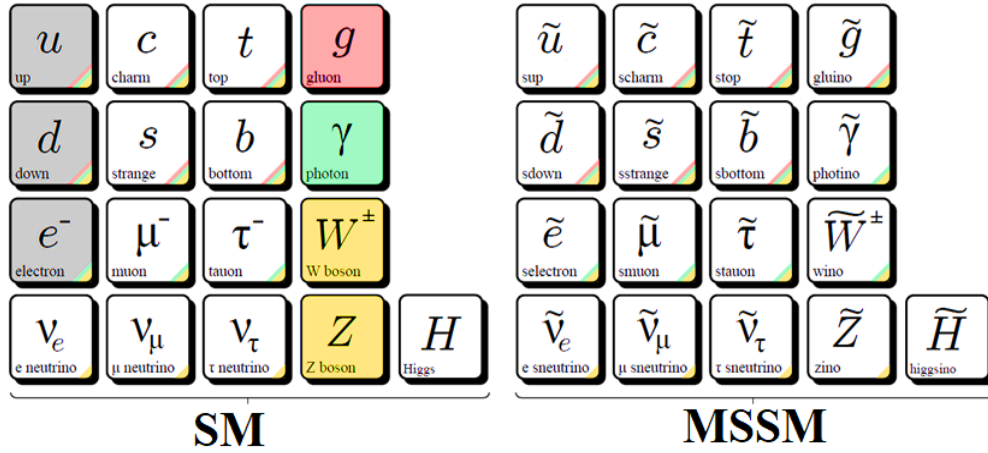
Şekil 16. Standart Model'de (solda), SUSY'de (sağda) süpersimetri kırılma ölçeğinde (1 TeV) bağlaşım sabitlerinin birleşmesi.

Şekil 16, fizikteki üç temel etkileşimin bağlaşım sabitlerinin (elektromanyetik – kırmızı, yeşil, mavi) iki farklı durumda nasıl davrandığını karşılaştırmalı olarak göstermektedir: solda Standart Model (SM), sağda ise Süpersimetri (SUSY) modeli yer almaktadır. Yatay eksen, enerji ölçeğini (μ) cinsinden (GeV biriminde) 10^4 ile 10^{16} GeV arasında logaritmik bir ölçekte göstermektedir. Dikey eksen ise ters bağlaşım sabitlerini α^{-1} olarak sunmaktadır. Standart Model durumunda, bağlaşım sabitleri enerji arttıkça birbirine yaklaşıp da tek bir noktada birleşmemektedir; bu da SM'nin kuvvetleri yüksek enerjide birleştirmede yetersiz kaldığını gösterir. Ancak süpersimetrik durumda (sağ grafik), sabitler yaklaşık 10^{16} GeV civarında ortak bir noktada kesişmektedir. Bu birleşim, Büyük Birleşik Teori (GUT) için öngörülen enerji düzeyine karşılık gelir. Grafikteki gri kesikli çizgi, yaklaşık 1 TeV civarındaki süpersimetri kırılma ölçeğini göstermektedir; bu noktadan sonra SUSY etkileri devreye girerek bağlaşım sabitlerinin enerjile evrimini değiştirir. Bu şekil açıkça göstermektedir ki süpersimetri, bağlaşım sabitlerinin doğal ve hassas bir şekilde birleşmesini mümkün kılarak GUT teorilerini desteklemekte ve Standart Model'in ötesindeki fiziğe güçlü bir aday olarak öne çıkmaktadır.

2.5.2. Standart model minimalist simetriyi aşıyor

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), hem deneysel veriler hem de teorik çalışma ile tutarlı olan minimum sayıda ek parçacık getirerek Standart Modelin (SM) süpersimetrik bir uzantısıdır (Baer, 2019). MSSM süpersimetrisi $G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (Fayet,

2016) olan standart SM süpersimetri ile aynıdır. Şekil (17) SM ve MSSM parçacıklarını göstermektedir. Tablo (10), MSSM'deki madde parçacık alanlarını (kiral süper alanlar) ve gösterge süper alanlarını göstermektedir.



Şekil 17. Standart Model (SM) parçacıkları ve Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) parçacıkları. Her Standart Model parçacığının bir süpersimetrik ortağa ihtiyacı vardır.

1. MSSM'de biri üst Higgs alanı (\hat{H}_u) olarak adlandırılan üst kuarklara kütle veren ve diğeri alt Higgs alanı (\hat{H}_d) olarak adlandırılan alt kuarklara ve yüklü leptonlara kütle veren iki Higgs alanına iki nedenden dolayı ihtiyacımız var: SUSY teorilerinde, süperpotansiyel (madde alanları ve ortakları arasındaki Yukawa etkileşimlerinin ana kaynağı) kiral alanların holomorfik bir bağımlılığı olmalıdır, yani Higgs alanının düğüm eşleniği $\tilde{H} = i\sigma_2 H^*$ süperpotansiyel ilişkisinde var olamaz. Bu nedenle hem yukarı hem de aşağı leptonlar ve kuarklar aynı süpersimetrik Higgs alanından kütle kazanamazlar.
2. Tek bir süpersimetrik Higgs alanının varlığı standart teoride bir gösterge anomalisine yol açar çünkü barışçıl bir Higgs alanıyla ilişkili fermiyonun süpersimetrik bir karşılığı olmayacaktır (Vempati, 2012).

Tablo 10. MSSM'de modüler süper alanların ve kiral süper alanların parçacıkları. i parçacığın nesil numarasını gösterir, burada $i=1,2,3$.

Normalleştirilmiş süper alanlar (Hegedus, 2013)						
Süper Alan	Parçacık isimleri	Spin 1/2 (fermionlar)	Spin 1 (bozonlar)	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
\hat{G}^α	Gleno/Glowen	\tilde{G}^α	G^α	8	1	0

\widehat{W}^b	Wino/Bosons W	$\widetilde{W}^\pm, \widetilde{W}^0$	W^\pm, W^0	1	3	0
\widehat{B}	Pino/Boson B	\widetilde{B}	B	1	1	0
Kiral Süper Alanlar						
Süper Alan	Parçacık isimleri	Alsebin 0	Spin 1/2	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
\widehat{L}	Sleighton/Leighton (üç kuşak)	$\widetilde{L}_i = \begin{pmatrix} \widetilde{\nu}_{Li} \\ \widetilde{e}_{Li} \end{pmatrix}$	$L_i = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ e_{Li} \end{pmatrix}$	1	2	-1
\widehat{l}_R		\widetilde{e}_{Ri}^*	e_{Ri}^c	1	1	2
\widehat{Q}	Squark/Corak (üç kuşak)	$\widetilde{Q}_i = \begin{pmatrix} \widetilde{u}_{Li} \\ \widetilde{d}_{Li} \end{pmatrix}$	$Q_i = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}$	3	2	1/3
\widehat{u}_R		\widetilde{u}_{Ri}^*	u_{Ri}^c	$\bar{3}$	1	-4/3
\widehat{d}_R		\widetilde{d}_{Ri}^*	d_{Ri}^c	$\bar{3}$	1	2/3
\widehat{H}_u	Higgs/Higginsino	$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$	$\widetilde{H}_u = \begin{pmatrix} \widetilde{H}_u^+ \\ \widetilde{H}_u^0 \end{pmatrix}$	1	2	1
\widehat{H}_d		$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$	$\widetilde{H}_d = \begin{pmatrix} \widetilde{H}_d^0 \\ \widetilde{H}_d^- \end{pmatrix}$	1	2	-1

Tablo 10. (Devamı)

2.5.3. Lagrangian model mssm ve pairwise-r

Süpersimetrik Lagrangian genellikle süper alanlardan oluşur ve şekilde yazılır (Gladyshev, 2012):

$$\mathcal{L}_{\text{SUSY}} = [K(\Phi_i, \Phi^{*j})]_D + \left(\left[\frac{1}{4} f_{ab}(\Phi_i) \widehat{W}^a \widehat{W}^b + W(\Phi_i) \right]_F + \text{h. c.} \right)$$

Üç tane minyon var:

A. **Kahler potansiyeli:** Süper alanların ve boyutunun reel bir bağımlılığıdır $[\text{mass}]^2$.

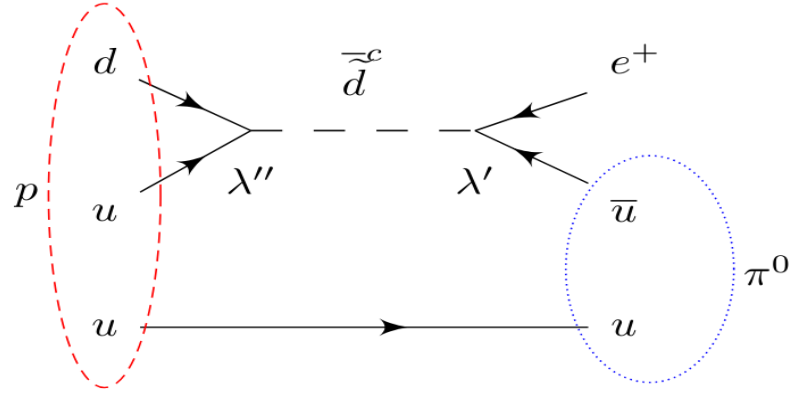
Kiral ve antikiral süper alanların yanı sıra radyal süper alanları da içerir, böylece süper

alan dönüşümleri altında değişmez kalır (Gladyshev, 2012). Standart Model fermiyonlarının kinetiğini, süpersimetrik fermiyonların kinetiğini ve bunların standart bozonlarla etkileşimlerinin yanı sıra tip etkileşimlerini de açıklar: Yapısal olarak Yukawa etkileşimlerine benzeyen Fermion-Süpersimetrik Fermion-Gegeno etkileşimleri $\neq \emptyset$ ancak standart bağlaşım sabitlerine sahiptir. Higgs alanlarına benzer şekilde, Lagrangian'ın bu kısmı Higgs alanlarının ve fermiyonik ortaklarının (Higgsino) kinetiğini, modüler bozonların Higgs alanları ile etkileşimlerini ve Higgs-Higgsino-Gegeno etkileşimlerinin köşelerini verir (Pernow, 2021).

- B. Gösterge kinetik fonksiyon f_{ab} :** Süpersimetrik gösterge teorilerinde ortaya çıkan kiral süper alanların holomorfik bir fonksiyonu (Pernow, 2021). Modelde (Standart Süper Alanlar) bulunan radyal süper alanların ($\widehat{\mathcal{W}}^a$) alan gücünü bulmaktan kaynaklanır.
- C. Süperpotansiyel W :** Düğüm değişkenleri olarak ele alınan kiral süper alanların holomorfik bağımlılığı ve boyutu [mass]³. Standart bağlaşım sabitlerinden bağımsız olduğu için madde alanları ve ortakları arasındaki Yukawa etkileşimlerinin ana kaynağıdır Toplam süperluminal gecikme aşağıdaki matematiksel formda yazılır (Liu, 2024)

$$W = y_{ij}^u \hat{u}_{Ri} \hat{Q}_j \hat{H}_u - y_{ij}^d \hat{d}_{Ri} \hat{Q}_j \hat{H}_d - y_{ij}^e \hat{l}_{Ri} \hat{L}_j \hat{H}_d + \mu \hat{H}_u \hat{H}_d \\ + \varepsilon_i \hat{L}_i \hat{H}_u + \frac{1}{2} \lambda_{ijk} \hat{L}_i \hat{L}_j \hat{L}_{Rk} + \lambda'_{ijk} \hat{Q}_i \hat{L}_j \hat{d}_{Rk} + \frac{1}{2} \lambda''_{ijk} \hat{u}_{Ri} \hat{d}_{Rj} \hat{d}_{Rk}$$

Buraday_{ij} bir (3*3) matrisidir ve standart modelde olduğu gibi Yukawa bağlaşım matrisini temsil eder. μ Temsil eder: Higgsino kütle parametresi (Baer vd., 2023). Önceki denklemdeki ikinci satırın ilk üç terimi leptonik sayı penetrasyonunu, son terim ise baryonik sayı penetrasyonunu temsil eder (Liu, 2024). Böyle bir sınır olasılığı oldukça zor görünmektedir çünkü λ'_{ijk} ve λ''_{ijk} sabitlerinin her ikisi de yasaklanmamış olsaydı, proton örneğin Şekil 18'de olduğu gibi bir süpersimetrik kuarkı değiştirerek çok hızlı bir şekilde bir pozitrona ve hafif bir piona bozunurdu. Bu durumda protonun ömrü küçüktür ($\tau_p \sim 10^{-20}$ yıl) ancak deneysel olarak $\tau_p > 10^{34}$ yıl değerine sahip olduğu bulunmuştur. Bu nedenle MSSM geçersiz olacaktır, bunun için MSSM'de çift-R korunumu nedeniyle sifıra eşit hale geldiklerinde son dört terimi ortadan kaldıran çift-R adı verilen ek bir simetri uygulanır (Liu, 2024). Bu hem leptonik hem de baryonik sayının nüfuz etmesini ve dolayısıyla Standart Model fermiyonlarının süper partner değişimi yoluyla proton ayrışmasını önler (Weiß, 2012).



Şekil 18. Leptonik penetrasyon sabiti λ' ve baryonik penetrasyon sabiti λ'' ile çift-R penetrasyonu durumunda proton ayrışması $P^+ \rightarrow e^+ \pi^0$.

R için matematiksel ilişki aşağıdaki gibi yazılır:

$$R = (-1)^{2S+3B+L}$$

Semboller B, L, S sırasıyla parçacığın baryonik sayısını, lepton sayısını ve yetmişini (kendi kendine bükülme momenti) gösterir. Buradan R değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

- Bir elektronun (Standart Model parçacığı) spini $=\frac{1}{2}$, baryonik sayısı = 0, leptonik sayısı = 1'dir.

$$R = (-1)^{2(\frac{1}{2})+3(0)+(1)} = (-1)^2 = 1$$

- Süpersimetrik bir elektron (bir MSSM parçacığı) spin = 0, baryonik sayı = 0, leptonik sayı = 1'dir.

$$R = (-1)^{2(0)+3(0)+(1)} = (-1)^1 = -1$$

Bu nedenle $R = +1$ Standart Model parçacıkları için ve $R = -1$ süpersimetrik parçacıklar için olarak kabul edilmiştir (Weiß, 2012). R-çifti korunumu Standart Model parçacıkları ile süper parçacıkların karışmasını engeller, ayrıca süper parçacıkların sayısı her bir tepe noktasında eşit olacaktır. Bu nedenle, önemli teorik sonuçlar R-çifti korunumundan kaynaklanır, yani:

- En hafif süpersimetrik parçacık kararlıdır ve bu, parçacık elektriksel olarak nötr ise karanlık maddeye dair bir gösterge verir.
- Her bir süpersimetrik parçacık, tek sayıda süpersimetrik parçacık içeren bir duruma bozunmalıdır; bu parçacıklar son hallerinde çarpıştırıcılarda çift sayıda hafif süpersimetrik parçacık üretir.

C. Süpersimetrik parçacıklar çarpıştırıcılarda her zaman çiftler halinde üretilir. MSSM modelini R-çifti korunumu durumunda inceleyeceğiz (Weiß, 2012).

2.5.4. Süpersimetrinin otomatik olarak kırılması ve birleşme

Süpersimetrik parçacık kütlelerinin deneysel olarak tespit edilememesi nedeniyle süpersimetri vakum durumunda otomatik olarak kırılmalıdır (Köhler, 2019). MSSM'yi tam olarak tanımlamak için, hem Standart Model parçacıklarının kütlelerini hem de çok daha ağır olduğu varsayılan süpersimetrik ortaklarının (süpersimetrik parçacıklar) kütlelerini elde etmek için Yumuşak SUSY Kırılma katsayılarını belirlememiz gerekir. "Yumuşak" etiketi, süpersimetri kırılma katsayılarının ikinci dereceden farklar üretmediği gerçeğini ifade eder (Baer vd., 2023). MSSM için süpersimetri kırılma ilişkisi şeklinde yazılır (Logan, 2022):

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{soft}} = & \frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{g} \tilde{g} + \frac{1}{2} M_2 \tilde{W} \tilde{W} + \frac{1}{2} M_1 \tilde{B} \tilde{B} + \text{h. c.} \right) \\
& + (a_u)_{ij} \tilde{Q}_i \tilde{u}_{Rj}^* H_u - (a_d)_{ij} \tilde{Q}_i \tilde{d}_{Rj}^* H_d - (a_e)_{ij} \tilde{L}_i \tilde{e}_{Rj}^* H_d + \text{h. c.} \\
& + (m_L^2)_{ij} \tilde{L}_i^\dagger \tilde{L}_j + (m_e^2)_{ij} \tilde{e}_{Ri}^* \tilde{e}_{Rj} \\
& + (m_Q^2)_{ij} \tilde{Q}_i^\dagger \tilde{Q}_j + (m_u^2)_{ij} \tilde{u}_{Ri}^* \tilde{u}_{Rj} + (m_d^2)_{ij} \tilde{d}_{Ri}^* \tilde{d}_{Rj} \\
& + m_{H_u}^2 H_u^* H_u + m_{H_d}^2 H_d^* H_d + (B_\mu H_u H_d + \text{h. c.})
\end{aligned}$$

Oysa: M_3, M_2, M_1 Gegeno kütle katsayıları (sırasıyla albino, wino ve gluino). a_e, a_d, a_u Süpersimetrik fermiyonlar ile Higgs bozonu arasındaki üç doğrusal bağlaşım sabitlerinin katsayılarıdır ve $(a_{u,d,e})_{ij} = (A_{u,d,e})_{ij} y_{ij}$ olarak da yazılırlar. Lezzet uzayında düğüm matrisleridir (3×3) ve birim kütleyle sahiptirler. $m_L^2, m_e^2, m_Q^2, m_u^2, m_d^2$ Süpersimetrik leptonların kütle katsayılarının karesidir ve süpersimetrik kuarkların kütle katsayılarının karesidir, bunlar matrislerdir (3×3) ve düğüm değerlerine sahip olabilirler ancak Lagrangian'ın gerçek olması için Hermitian olmalıdırlar. $m_{H_d}^2, m_{H_u}^2$ Sırasıyla üst ve alt Higgs bozonunun kütle katsayılarının karesini temsil eder ve son olarak B_μ bilineer bağlantı katsayısını temsil eder ve genellikle düğümseldir (Hegedus, 2013).

2.5.5. Mssm model parçacıkları

A. Higgs bozonu:

Standart Model'e benzer şekilde, üst ve alt yüksüz Higgs parçacıklarının öngörülen değerleri şöyledir: $\langle H_u^0 \rangle = v_u$, $\langle H_d^0 \rangle = v_d$ ve bu değerler Standart Model için vakumda öngörülen değerle v aşağıdaki ilişki ile ilişkilidir:

$$v_u^2 + v_d^2 = v^2$$

Üst ve alt Higgs alanının beklenen değerleri arasındaki oran $\tan\beta$ ile gösteriyoruz, yani $\tan\beta = \frac{v_u}{v_d}$ burada $0 < \beta < 90$ çünkü v_u, v_d değerleri pozitif olmalıdır. Higgs bozonunun iki düğüm çifti olduğundan, 8 serbestlik derecesine sahibiz ve elektrozayıf simetriyi kırdıktan sonra $(SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM})$, 3 serbestlik derecesi bozonlara kütle verirken Z, W^\pm , kalan 5 serbestlik derecesi Higgs bozonunun beş fiziksel durumunu (Logan, 2022) verir: h^0, H^0 ile sembolize edilen iki orta derecede yüklü ve CP-simetrisini koruyan (CP-even), A^0 ile sembolize edilen bir orta derecede yüklü ve CP-simetrisini kıran (CP-odd) ve iki yüklü H^\pm . h^0 en hafif bozondur ve Standart Model'deki Higgs bozonuna benzer olduğu düşünülmektedir.

B. Nötrinolar ve Charginolar:

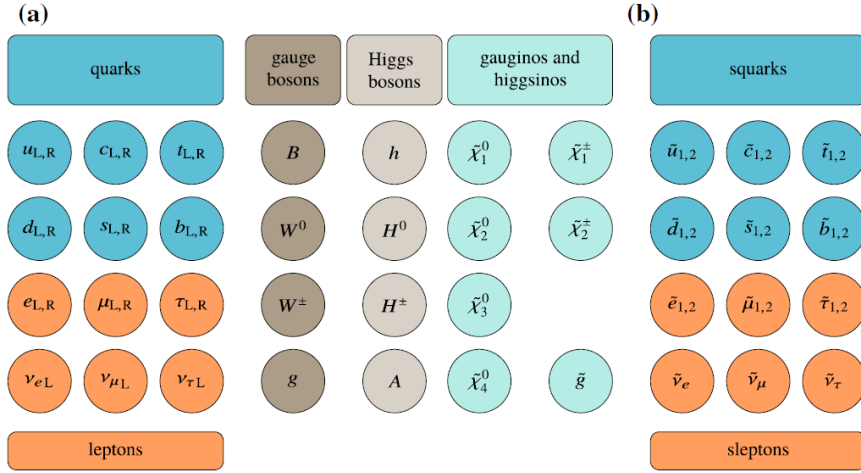
Gajjino parçacıkları Higgsino parçacıkları ile birleşerek nitalino ve chargino parçacıklarını üretir. $\tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{B}^0, \tilde{W}^0$ ile birleşerek $\tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_2^0, \tilde{\chi}_3^0, \tilde{\chi}_4^0$ nötrino parçacıkları olarak adlandırılan dört lımlı özel kütle durumu oluşturur; burada nötrino parçacıklarının kütle sırası $\tilde{\chi}_1^0 < \tilde{\chi}_2^0 < \tilde{\chi}_3^0 < \tilde{\chi}_4^0$ 'dir. $\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_d^-, \tilde{W}^+, \tilde{W}^-$ ile birleşerek Chargino parçacıkları olarak adlandırılan iki yüklü özel kütle durumu $\tilde{\chi}_1^\pm, \tilde{\chi}_2^\pm$ verirken, $\tilde{\chi}_1^\pm$ kütlesi $\tilde{\chi}_2^\pm$ kütlesinden daha küçüktür ve $\tilde{\chi}_1^0$ en hafif süpersimetrik parçacıktır.

C. Kuarklar ve süpersimetrik leptonlar:

Standart Model parçacıklarının aynı yüke, R çiftine ve kuantum sayılarına sahip süpersimetrik ortakları birbirleriyle birleşir. Süpersimetrik kuarkların ve süpersimetrik leptonların durumları birleşerek sırasıyla $\tilde{q}_{1,2}, \tilde{l}_{1,2}$ özel kütle durumlarını verir. Şekil (19) MSSM parçacıklarını özel kütle durumlarına göre göstermektedir (Dickinson, 2022).

D. Gluino:

Bir oktahedral fermiyon düşünülür ve $SU(3)_C$ kırılmadığından, gluino herhangi bir MSSM parçacığı ile karışmaz ve bu nedenle özel bir kütle durumu olarak kabul edilir. Bu, gluinonun kütlelerinin yumuşak süpersimetri kırılma teriminden geldiği anlamına gelir: $\frac{1}{2}M_3\tilde{g}\tilde{g} + h.c.$, bu nedenle gluinonun kütlesi M_3 'ye eşittir (Smaranda, 2020).



Şekil 19. SM parçacıklarını (a) ve SM parçacıklarının süpersimetrik ortaklarını (b) içeren MSSM model parçacıkları. Süpersimetrik parçacık kütlelerinin özel durumları gösterilmiştir (b).

2.5.6. Birleşme senaryoları

MSSM'de ($105+19=124$ katsayı) MSSM için 105 katsayı, artı Standart Model için 19 katsayı vardır ve bu katsayılar parçacık kütlelerini ve etkileşimlerini tanımlar. Çok sayıda katsayı MSSM'yi çok esnek ama aynı zamanda analiz edilmesi zor hale getirmektedir. Deneysel sonuçların MSSM çerçevesinde yorumlanmasını kolaylaştırmak için bu serbest parametrelerin sayısının azaltılması gerekmektedir. Bu çok sayıdaki serbest parametre ile başa çıkmak için iki ana olasılık vardır.

- **İlk olasılık:**

Tek bir süpersimetrik parçacık kümesinin elektrozayıf ölçekte sabit bir bozunma zinciri ile üretildiği varsayılır, bu yönetime SMS Basitleştirilmiş Model Spektrumları denir.

- **İkinci olasılık:**

Bazı yüksek enerji ölçeklerinde tekdüzelik varsayılır ve belirli bir süpersimetri kırılma mekanizması benimsenir (evrensel veya evrensel koşullar olarak da adlandırılır). Bu,

süpersimetriyi kırmaktan sorumlu mekanizmaya bağlı olarak katsayı sayısını beşe kadar düşürebilir. Katsayıların çoğu lezzet karışımını varsayar veya simetri kırıcı etkileşimleri varsayar hem yük çifti (CP) hem de yük çifti (CP) konjugasyonu için, ki bunlar için güçlü deneysel sınırlamalar vardır. Yumuşak simetri kırılmasının evrensel olduğu varsayılırsa bu potansiyel olarak tehlikeli etkilerden kaçınılabilir. Bu nedenle, birleşik teorinin (GUT) ayarında süpersimetri kırılmasının katsayıları üzerinde sınır koşulları olan birkaç modeli ele alacağız (ATLAS Collaboration., 2023 3 31). Daha sonra elektrozayıf ölçekteki süpersimetri kırılma katsayılarının değerlerinin çarpımlarını elde etmek için MSSM'nin Yeniden Normalleştirme Grubu Denklemlerini (RGE'ler) kullanabiliriz (Vicente, 2011). GUT ölçeğinde dayatılan birçok senaryo (model) vardır, biz bunlardan sadece ikisini ele alacağız: En meşhur senaryo kısıtlanmış MSSM senaryosudur (constrained MSSM) ve biz burada bunu ele alacağız: Gaugino kütleleri ortak bir değer olan $m_{1/2}$ ile birleştirilir ve süpersimetrik fermiyonların ve Higgs bozonunun kütlelerinin karesi ortak bir değer olan m_0^2 ile birleştirilir. Üçlü bağlaşım katsayıları da A_0 ortak değerinde birleşir, buradan yazıyoruz:

$$M_1 = M_2 = M_3 = m_{1/2}$$

$$m_{\tilde{e}}^2 = m_{\tilde{L}}^2 = m_{\tilde{Q}}^2 = m_{\tilde{u}}^2 = m_{\tilde{d}}^2 = m_0^2 \mathbf{I}$$

$$m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_0^2$$

$$A_1 = A_d = A_u = A_v = A_0$$

Üst ve alt Higgs bozonu için vakumun beklenen değerleri arasındaki oran katsayısına ek olarak $\tan\beta$ ve Higgsino kütle parametresinin işareti $\mu \text{sign}(\mu)$. Böylece CMSSM: $m_{1/2}$, m_0 , A_0 , $\tan\beta$, $\text{sign}(\mu)$. Katsayıların değerleri $m_{1/2}$, m_0 , A_0 GUT ölçeğinde belirlenirken, katsayıların değerleri $\tan\beta$, $\text{sign}(\mu)$ elektrozayıf ölçekte belirlenir (Vicente, 2011).

Gaugino kütlelerinin eşit olmadığı NUGM (Evrensel Olmayan Gaugino Kütleleri) adı verilen bir senaryo da vardır, yani $M_1 \neq M_2 \neq M_3$. Bunlardan:

NUGM: $M_1 M_2 M_3 m_0$, A_0 , $\tan\beta$, $\text{sign}(\mu)$

2.5.7. Mssm modelinin süpersimetrik salınım mekanizması ile genişletilmesi

MSSM'de nötrinolar kütesiz kaldığından, nötrinoların kütleye sahip olmasını sağlayan herhangi bir ek alan veya etkileşim içermediğinden (Rodriguez vd., 2023), bu modelin genişletilmesi gerekir. MSSM, daha önce bahsedilen salınım mekanizmalarından biriyle, ancak nötrino kütleleri ve bağlaşımlarından sorumlu süper alanlar kullanılarak genişletilir (SUSY

Tahterevalli mekanizması). Tip II ve Tip III süpersimetrik salınım mekanizması durumunda, bu genişletme, eksik SU (5) temsillerine ait oldukları için GUT göstergesindeki bağlaşım sabitlerinin birleşmesini yok edecektir. Bu sorun, yeni durumların tam SU (5) temsillerine gömülmesiyle kolayca çözülebilir. Tip II salınım mekanizması durumunda 15-plet, Tip III salınım mekanizması durumunda ise 24-plet kullanılır (Esteves vd., 2011).

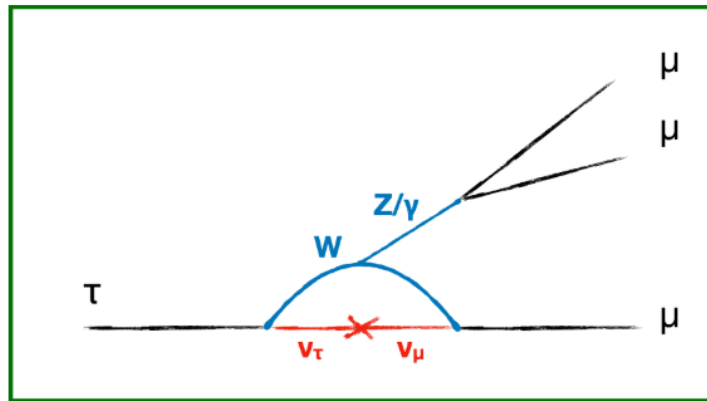
3. YÖNTEM

3.1. Lepton Aromasına Nüfuz Etmek

Lepton lezzet ihlali, parçacık fiziğinde en dikkat çekici olasılıklardan biridir. Bu tür ihlallerin gözlemlenmesi, Standart Model'in ötesinde yeni fizik kuramlarına kapı aralayabilir. Özellikle tau bozunumları, ağır kütleleri nedeniyle yeni etkileşimlere daha duyarlı olabilir. Gelecekteki yüksek hassasiyetli deneyler, bu tür nadir olayları tespit etme potansiyeline sahiptir ve böylece temel doğa yasaları hakkında daha derin bir anlayışa katkı sağlayabilir.

3.1.1. Lepton lezzeti

Parçacık fiziğinde, aroma temel parçacık türünü ifade eder, örneğin kuarkların altı çeşidi vardır: Yukarı ve Aşağı, Garip ve Sihirli, Üst ve Alt Leptonların da altı çeşidi vardır: Elektron, Muon, Tau ve bunlara karşılık gelen nötrinolar, her biri farklı bir kütleyle sahiptir. Lepton çeşni, nötrino kütlelerinin sıfır olduğu Standart Model'de korunan bir niceliktir. Nötrino titreşiminin keşfinden sonra, leptonik aromanın orta derecede yüklü parçacık sektöründe korunmadığı gösterilmiştir. Yüklü parçacık sektörü ve özellikle lepton sektörü bu nedenle yeni fizik aramak için mükemmel bir yerdir (Mukherjee, 2018). Standart Model'deki yüklü nötrinolar ve leptonlar aynı kuantum sayısına sahip olduğundan, leptonik aroma atılımının iki parçacıklı bozunumlar $\ell_i \rightarrow \ell_j \gamma$ (ışınimsal bozunumlar) ve üç parçacıklı bozunumlar $\ell_i \rightarrow 3\ell_j$ gibi birçok etkileşimde ortaya çıkması beklenmektedir (Köhler, 2019).



Şekil 20. τ 'nın üç müona ayrıştırılması için Feynman diyagramı

Şekil 20, son derece nadir ve şimdiye kadar gözlemlenmemiş bir sürecin, bir tau parçacığının üç müona bozunmasının Feynman diyagramını göstermektedir. Bu tepkimedey, tau parçacığı parçalanmaya başlar ve eşlik eden nötrino, tau nötrinosundan müon nötrinosuna salınarak farklı türde bir nötrinoya dönüşür, bu lepton lezzet korunumunu ihlal eden bir süreçtir. Diyagram, W

bozonunun parçacık çizgilerini birleştiren bir iç döngüye katkıda bulunduğunu, bir Z bozonu veya γ fotonunun döngüden ayrılarak bir çift müon parçacığı ürettiğini göstermektedir. Reaksiyonun sonunda nihai ürün, tau parçacığı içermeyen üç müon parçacığıdır ve lepton aromasının süreç boyunca korunmadığını teyit eder. Bu süreç nötrino salınımları yoluyla Standart Model içinde teorik olarak mümkün olsa da, gerçekleşme olasılığı mevcut deneylerde gözlemlenemeyecek kadar düşüktür. Bununla birlikte, Standart Model dışındaki birçok fizik modeli böyle bir bozunma olasılığında önemli bir artış öngörmektedir.

Tablo 11. Standart Model'de Lepton sayısı ve lepton aroması

Ciddi	E-sayı L_e	Müon Sorunu L_μ	Taoist Meselesi L_τ
\bar{q}, q	0	0	0
Z	0	0	0
e^+, e^-	-1, +1	0	0
$\bar{\nu}_e, \nu_e$	-1, +1	0	0
μ^+, μ^-	0	-1, +1	0
$\bar{\nu}_\mu, \nu_\mu$	0	-1, +1	0
τ^+, τ^-	0	0	-1, +1
$\bar{\nu}_\tau, \nu_\tau$	0	0	-1, +1

Tablo, $\tau \rightarrow \mu \gamma$ gibi bazı süreçlerin leptonik aroma sayılarında bir değişikliğe yol açtığını göstermektedir; burada $L_\tau = -1$ ve $L_\mu = +1$ olduğunu gözlemliyoruz, bu da leptonik aromanın açık bir ihlaline işaret etmektedir. $\tau \rightarrow \mu \gamma$ tipindeki parçalanmalar Standart Model içinde sadece çok düşük olasılıklarla meydana gelebilir ve Sisow mekanizması tarafından genişletilen süpersimetri modelleri gibi yeni fiziğin güçlü bir göstergesidir. Bununla birlikte, bu etkileşimler küçük nötrino kütleleri ($\frac{m_\nu}{m_W}$) tarafından bastırılır, bu nedenle dallanma oranlarının değerleri 10^{-54} (Croote, 2018) mertebesinde çok küçüktür ve bu nedenle dallanma oranlarının bu değerleri mevcut deneysel duyarlılıktan çok uzaktır (Soleimani, 2010). Leptonik flavour penetrasyonunu tespit etmeye çalışan deneylerin hassasiyeti, dallanma oranlarının bu tür değerlerini tespit etmek için çok küçüktür ve bu nedenle hiçbir leptonik flavour penetrasyon reaksiyonu deneysel olarak gözlemlenmemiş veya tespit edilmemiştir. Bu nedenle, leptonik lezzet atılım reaksiyonları için üst limitler deneysel olarak belirlenmiştir (Fayet, 2016). Post-Standart Model teorileri, Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) veya gelecekteki çarpıştırıcılarda gözlemlenebilecek lepton aromalı kırılmaları öngörmektedir (Mukherjee,

2018). Süpersimetri teorilerinde, Standart Model'deki leptonlarla aynı tada sahip leptonik tada sahip yeni parçacıklar, MSSM durumunda süpersimetrik leptonlar ortaya çıkacaktır. Süpersimetrik salınım mekanizması, süpersimetrik leptonların leptonik aroma atılımına katkısını önemli ölçüde artırabilir (Köhler, 2019).

3.1.2. So (10) birleşimi çerçevesinde genişletilmiş mssm modelinde $z \rightarrow \mu\tau$ ve $\tau \rightarrow \mu\gamma$ etkileşimlerinin incelenmesi

Lagrangian, "SO(10) süpersimetrik büyük birleşik modellerde Leptonik Lezzet Kırılması" nı tanımladı ve burada SO(10) süpersimetrik büyük birleşik modellerden birinde $Z \rightarrow \mu\tau$, $\tau \rightarrow \mu\gamma$ tip I salınım mekanizmasına sahip genişletilmiş MSSM'de iki leptonik lezzet kırılması etkileşimini inceledi. Süpersimetri kırılma parametrelerinin değerlerini $m_0, A_0, \tan\beta, m_{1/2}$ aşağıdakileri içeren teorik ve deneysel koşulları kullanarak kısıtladı: En küçük süpersimetrik parçacık nötrinodur ve süpersimetrik parçacıkların kütleleri deneysel minimumlardan daha büyüktür. Her iki etkileşimin de parçacık fiziğinin teorik ve sayısal çalışmaları için yararlı olduğunu bulmuştur. Ayrıca LFV ve nötrino titreşim reaksiyonlarının ortak çalışmasının, 10^{14} GeV mertebesinde çok büyük kütleli nötrinoların varlığıyla küçük nötrino kütlelerini açıklamaya yardımcı olabileceğini buldu (Boruah vd., 2021).

3.1.3. Genişletilmiş susy modellerinde tau parçacık bozunumlarında lepton lezzet ihlalinin incelenmesi

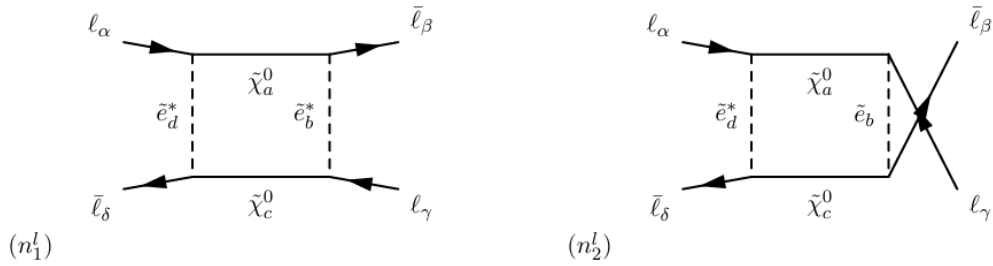
Bazı parçacık etkileşimlerinde lepton flavour ihlali (LFV) olarak bilinen bir olgu ortaya çıkabilir. Parçacık fiziğinin Standart Modeline (SM) göre, lepton flavurlarının kesinlikle korunmuş olması beklenir. Bu nedenle, bu korunumun ihlaline ilişkin herhangi bir gözlem, Standart Model'in (BSM) ötesindeki yeni fiziğe yönelik önemli bilgiler sağlayabilir.

4. BULGULAR

4.1. Lfv Süreçlerine Box Diyagram Katkıları

Lepton lezzet sayısının korunumu, Standart Model'de temel bir simetridir. Ancak, Süpersimetrik uzantılarda bu simetri bozulabilir ve bu tür ihlaller genellikle döngü düzeyindeki box diyagramları aracılığıyla ortaya çıkar. Bu bölümde, LFV süreçlerine nötralino ve chargino içeren box diyagramlarının katkıları detaylı olarak incelenecektir.

4.1.1. Nötralino diyagramları

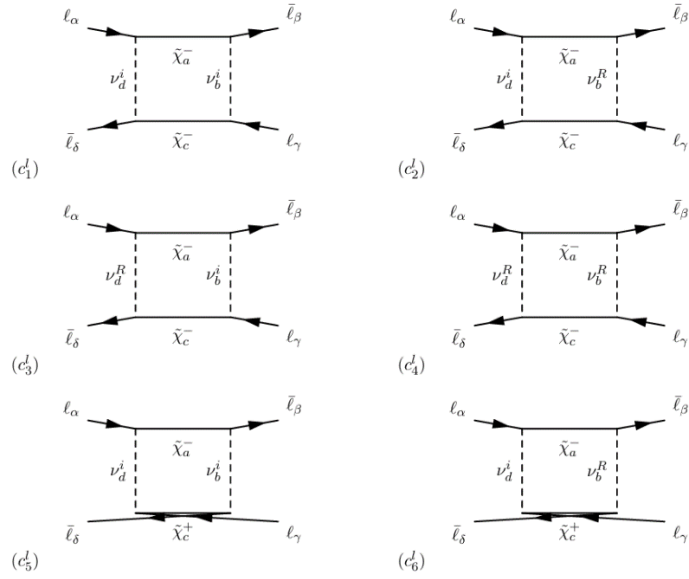


Şekil 21. Nötralino içeren dört-leptonlu box diyagramları

Yukarıdaki şekillerde, nötralino içeren dört-leptonlu box diyagramları gösterilmektedir. Bu diyagramlar, lepton lezzet sayısını ihlal eden (LFV) süreçlere nötralino aracılığıyla katkıları temsil eder. Soldaki diyagramda dört dış lepton çizgisi ile standart bir döngü yapısı görülürken, sağdaki diyagramda ek bir tepe noktası ile alternatif bir katkı mekanizması gösterilmektedir.

4.1.2. Chargino diyagramları

Bu bölümde gösterilen diyagramlar, chargino (χ^\pm) değişimi ile gerçekleşen dört-leptonlu box diyagramlarıdır ve Süpersimetrik Standart Model uzantılarında lepton lezzet sayısının ihlali (LFV) süreçlerine önemli katkılar sağlar. Her bir diyagram, iç döngüde farklı kombinasyonlarda sağ-elli (ν^R) ve sol-elli (ν^L) nötrino değişimlerini içermektedir. Chargino'lar, yüklü gaugino ve higgsino bileşenlerinden oluşan süpersimetrik parçacıklardır ve leptonic LFV süreçlerinde, özellikle $\tau \rightarrow 3\mu$, $\mu \rightarrow 3e$ gibi bozulmalarda rol oynarlar.

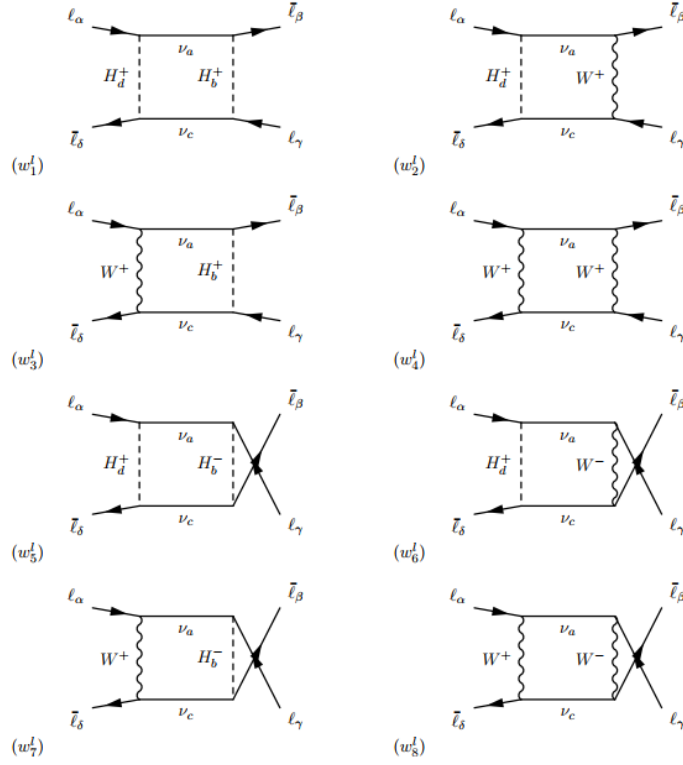


Şekil 22. LFV: süreçlerine katkı sağlayan chargino aracılı dört-leptonlu box diyagramları.

Bu diyagramlar, 1-loop seviyesinde meydana gelen geçişlerin hesaplanmasında kullanılır ve genellikle model parametrelerine (mSUGRA, CMSSM vb.) yüksek derecede duyarlıdır. Bu şekillerde gösterilen altı farklı yapı, olası tüm nötrino dönüşüm senaryolarını kapsamakta olup, her biri farklı kuplajlar ve chirality (sağ/sol) bileşenleri içerir. Böylece teorik hesaplamalarda daha hassas sonuçlar elde edilmesi sağlanır.

4.1.3. W^+ and h^+ diagrams

Bu şekil, yüklü Higgs bozonları (H^+) ve W^+ bozonlarının yer aldığı, Lepton Lezzet Sayısının Korunmaması (Lepton Flavor Violation) süreçlerine katkıda bulunan sekiz farklı kutucuk (box) diyagramını göstermektedir. Diyagramlarda, iç hatlarda nötrinolar (ν) yer almakta olup, dış hatlarda farklı lepton türleri (l_α , l_β , l_γ) ve onların karşı parçacıkları bulunmaktadır.



Şekil 23. Yüklü Bozonlar W^+ ve H^+ İçeren Kutucuk Diyagramları

Bu diyagramlar, Standart Model'in ötesindeki yeni fiziği tanımlamak için kullanılan teorilerde önemli hesaplamalara temel oluşturmaktadır.

4.1.4. Neutralino katkılarının açıklaması

$$S_{(n_1^L)}^{LL} = -N_{a,\alpha,d}^L \bar{N}_{\beta,a,b}^L N_{c,\gamma,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^0} m_{\tilde{\chi}_c^0} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$S_{(n_1^L)}^{LR} = -N_{a,\alpha,d}^L \bar{N}_{\beta,a,b}^L N_{c,\gamma,b}^R \bar{N}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^0} m_{\tilde{\chi}_c^0} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$V_{(n_1^L)}^{LL} = -N_{a,\alpha,d}^L \bar{N}_{\beta,a,b}^R N_{c,\gamma,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$V_{(n_1^L)}^{LR} = -N_{a,\alpha,d}^L \bar{N}_{\beta,a,b}^R N_{c,\gamma,b}^R \bar{N}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$S_{(n_2^L)}^{LL} = \frac{1}{2} N_{a,\alpha,d}^L N_{a,\gamma,b}^L \bar{N}_{\beta,c,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^0} m_{\tilde{\chi}_c^0} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$S_{(n_2^L)}^{LR} = -2 N_{a,\alpha,d}^L N_{a,\gamma,b}^R \bar{N}_{\beta,c,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$V_{(n_2^L)}^{LL} = -\frac{1}{2} N_{a,\alpha,d}^L N_{a,\gamma,b}^L \bar{N}_{\beta,c,b}^R \bar{N}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^0} m_{\tilde{\chi}_c^0} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$V_{(n_2^L)}^{LR} = -N_{a,\alpha,d}^L N_{a,\gamma,b}^R \bar{N}_{\beta,c,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

$$T_{(n_2^L)}^{LL} = \frac{1}{8} N_{a,\alpha,d}^L N_{a,\gamma,b}^L \bar{N}_{\beta,c,b}^L \bar{N}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^0} m_{\tilde{\chi}_c^0} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^0}^2, m_{\tilde{\chi}_c^0}^2, m_{\tilde{e}_d}^2, m_{\tilde{e}_b}^2)$$

Bu formüller, flavor değişimine neden olan işlemlerdeki neutralino katkılarını ifade eder. S, V ve T gibi semboller, etkileşim türünü belirtir (skaler, vektörel, tensör).

- S: Skaler katkı (Scalar)
- V: Vektörel katkı (Vector)
- T: Tensör katkı (Tensor)
- LL, LR gibi alt indisler sol ve sağ el etkileşimlerini belirtir.
- $-N^L$ ve N^R : neutralino ile diğer parçacıklar arasındaki etkileşimi gösteren bağlanma matrisleridir.
- D0 ve D27: kuantum düzeydeki döngü hesaplamalarında kullanılan fonksiyonlardır.
- m_x gibi semboller, neutralino ve süper leptonların kütlelerini gösterir.

4.1.5. Chargino katkılarının açıklaması

$$S_{(c_1)}^{LL} = -W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L W_{c,\gamma,b}^L \bar{X}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_1)}^{LR} = -W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L W_{c,\gamma,b}^R \bar{X}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_1)}^{LL} = -W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R W_{c,\gamma,b}^L \bar{X}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_1)}^{LR} = -W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R W_{c,\gamma,b}^R \bar{X}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_2)}^{LL} = -W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,b}^L \bar{X}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_2)}^{LR} = -W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,b}^R \bar{X}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_2)}^{LL} = -W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{c,\gamma,b}^L \bar{X}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_2)}^{LR} = -W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{c,\gamma,b}^R \bar{X}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^i}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_3)}^{LL} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L W_{c,\gamma,b}^L \hat{X}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_3)}^{LR} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L W_{c,\gamma,b}^R \hat{X}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_3)}^{LL} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R W_{c,\gamma,b}^L \hat{X}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$V_{(c_3)}^{LR} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R W_{c,\gamma,b}^R \hat{X}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_4)}^{LL} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,b}^L \hat{X}_{\delta,c,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

$$S_{(c_4)}^{LR} = -\hat{X}_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,b}^R \hat{X}_{\delta,c,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d^R}^2, m_{\nu_b^i}^2)$$

Bu ifadeler, şarjino (Chargino) parçacıklarının döngü diyagramları aracılığıyla lepton flavor değişimi (LFV) süreçlerine yaptığı katkıları temsil eder. Her denklem, belirli bir etkileşim türünü (skaler veya vektörel) ve hangi el bileşenlerinin (sol/sağ) dahil olduğunu gösterir.

- ◇ S^{LL}, V^{LR} gibi terimler, etkileşim türünü ve chirality yapısını ifade eder.
- ◇ W^L, X^L, X^R terimleri, chargino ile diğer parçacıklar arasındaki bağlanma matrisleridir.

- ◇ $m_{\chi_{\sim\pm}}$ şarjının kütlesidir; m_ν ve $m_\bar{e}$ nötrino ve sleptonların kütleleridir.
- ◇ D_0 ve D_{27} fonksiyonları, bu döngülerdeki kuantum düzeltmeleri hesaplayan integral fonksiyonlardır.

$$V_{(c_4)}^{LL} = - \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{c,\gamma,b}^L \hat{X}_{\delta,c,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_4)}^{LR} = - \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{c,\gamma,b}^R \hat{X}_{\delta,c,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_5)}^{LL} = - W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L \bar{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_5)}^{LR} = - W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L \bar{X}_{\delta,c,b}^R W_{c,\gamma,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_5)}^{LL} = W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R \bar{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_5)}^{LR} = W_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R \bar{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_6)}^{LL} = - W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_6)}^{LR} = - W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{\delta,c,b}^R W_{c,\gamma,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_6)}^{LL} = W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_6)}^{LR} = W_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^R \hat{X}_{\delta,c,b}^L W_{c,\gamma,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_7)}^{LL} = - \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L \bar{X}_{\delta,c,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_7)}^{LR} = - \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^L \bar{X}_{\delta,c,b}^R \hat{X}_{c,\gamma,d}^R m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_7)}^{LL} = \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R \bar{X}_{\delta,c,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,d}^L D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$V_{(c_7)}^{LR} = \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \bar{X}_{\beta,a,b}^R \bar{X}_{\delta,c,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,d}^R D_{27}(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

$$S_{(c_8)}^{LL} = - \hat{X}_{a,\alpha,d}^L \hat{X}_{\beta,a,b}^L \hat{X}_{\delta,c,b}^L \hat{X}_{c,\gamma,d}^L m_{\tilde{\chi}_a^-} m_{\tilde{\chi}_c^-} D_0(m_{\tilde{\chi}_a^-}^2, m_{\tilde{\chi}_c^-}^2, m_{\nu_d}^2, m_{\nu_b}^2)$$

4.1.6. W^+ ve h^+ katkılarının açıklaması

$$S_{(w_1^1)}^{LL} = -V_{a,\alpha,d}^{+,L} \bar{V}_{\beta,a,b}^{+,L} V_{c,\gamma,b}^{+,L} \bar{V}_{\delta,c,d}^{+,L} m_{\nu_a} m_{\nu_c} D_0(m_{\nu_a}^2, m_{\nu_c}^2, m_{H_d^-}^2, m_{H_b^-}^2)$$

$$S_{(w_1^1)}^{LR} = -V_{a,\alpha,d}^{+,L} \bar{V}_{\beta,a,b}^{+,L} V_{c,\gamma,b}^{+,R} \bar{V}_{\delta,c,d}^{+,R} m_{\nu_a} m_{\nu_c} D_0(m_{\nu_a}^2, m_{\nu_c}^2, m_{H_d^-}^2, m_{H_b^-}^2)$$

$$V_{(w_1^1)}^{LL} = -V_{a,\alpha,d}^{+,L} \bar{V}_{\beta,a,b}^{+,R} V_{c,\gamma,b}^{+,L} \bar{V}_{\delta,c,d}^{+,R} D_{27}(m_{\nu_a}^2, m_{\nu_c}^2, m_{H_d^-}^2, m_{H_b^-}^2)$$

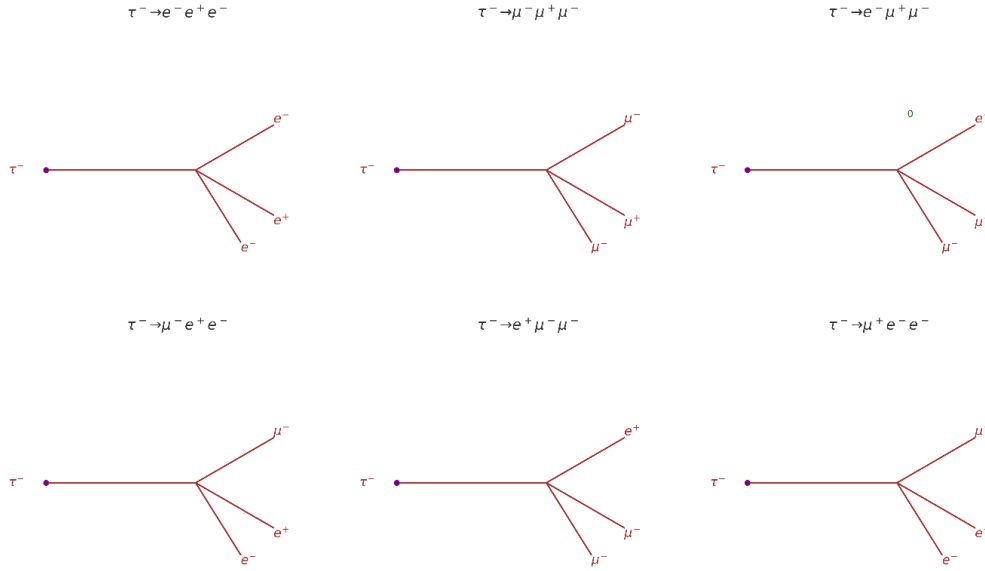
$$V_{(w_1^1)}^{LR} = -V_{a,\alpha,d}^{+,L} \bar{V}_{\beta,a,b}^{+,R} V_{c,\gamma,b}^{+,R} \bar{V}_{\delta,c,d}^{+,L} D_{27}(m_{\nu_a}^2, m_{\nu_c}^2, m_{H_d^-}^2, m_{H_b^-}^2)$$

$$S_{(w_2^1)}^{LL} = 2V_{a,\alpha,d}^{+,L} \hat{V}_{\beta,a}^{+,R} \hat{V}_{c,\gamma}^{+,L} \bar{V}_{\delta,c,d}^{+,L} (I_{C_0 D_0}(m_{\nu_c}^2, m_{W^-}^2, m_{H_d^-}^2, m_{\nu_a}^2) - 2D_{27}(m_{\nu_a}^2, m_{\nu_c}^2, m_{W^-}^2, m_{H_d^-}^2))$$

Bu denklemler, W^+ ve H^+ bozonlarının lepton flavor değişimi (LFV) süreçlerine yaptığı katkıları temsil eder (örneğin: $\mu \rightarrow e \gamma$). V^{+L} , V^{-L} , $V^{\wedge+R}$ gibi terimler, W^+ veya H^+ bozonlarının leptonlarla olan etkileşimlerini gösterir. D_0 ve D_{27} döngü integralleri, kuantum düzeydeki katkıları sayısal olarak ifade eder. Son ifade $S^{LL}(w_2^1)$, W^+ ve H^+ katkılarının farkını göstererek aralarındaki kuantum girişimini yansıtır.

4.2. Analiz Ve Sonuçlar

Bu çalışma, tau parçacığının elektron ve müona bozunumunda lepton çeşnisi ihlalini, süpersimetrik (SUSY) modeller, özellikle de tip I Seesaw mekanizması ile genişletilmiş kısıtlı minimal süpersimetrik model (CMSSM) çerçevesinde incelemeye odaklanmaktadır. Bu model, nötrino kütlelerinin yorumlanmasını sağlamak için sağ el nötrino alanlarını ve Seesaw mekanizmasını bütünleştirir. Birincil amaç, aşağıdaki kanallarda tau ayrışımında lepton lezzet ihlalinin fenomenolojik bir analizini yapmaktır:

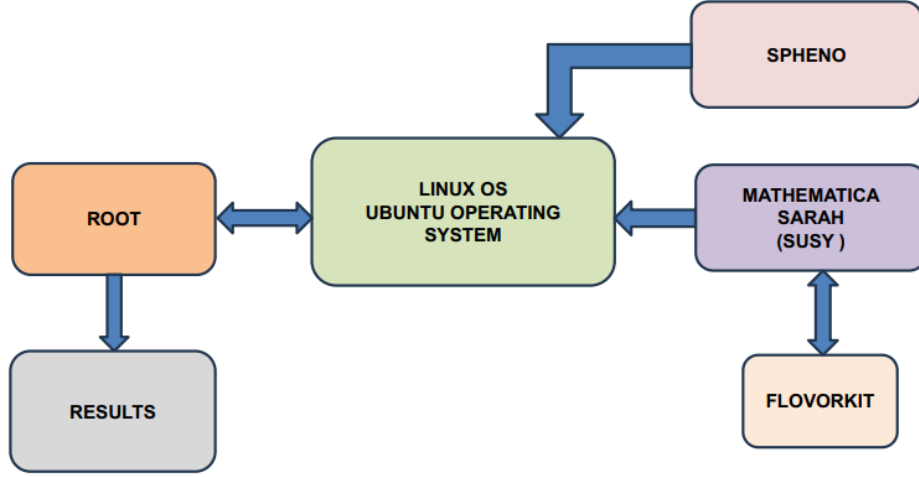


Şekil 24. Bir τ parçacığının ayrışmasında lepton flavour ihlali süreçlerinin kanalları

Bu kanallar lepton lezzet ihlali, Seesaw mekanizması ve süpersimetri arasındaki etkileşimi incelemek için temeldir. Bu kanalların tümü, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ gösterge simetrisine karşılık gelen sıfır hiper yük (Y) ile karakterize edilir ve temsil ile gösterilir (1, 3, 0) Bu açılım, nötrinoların kütle durumlarını keşfetmek için Tahterevallli mekanizması aracılığıyla kullanılır ve yaklaşık 10^{14} GeV'lik yeni bir fizik ölçeğine işaret eder. Katsayılar, leptonların, karginoidlerin, nötrinoların ve nötrinoların kütleleri üzerindeki en son deneysel kısıtlamalara dayanarak dikkatlice kalibre edilmiştir. Büyük birleşme ölçeği (M_{GUT}) 2×10^{16} GeV'de ve süpersimetri kırılma ölçeği (M_{SUSY}) 10^3 GeV'de sabitlenmiştir. Tau parçacıklarının lepton flavour ihlali kanallarında parçalanması için hesaplanan dallanma oranı değerleri aşağıdaki aralıklara düşmektedir:

- $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$: Dallanma oranı 10^{-11} ve 10^{-7} aralığındadır.
- $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$: Dallanma oranı 10^{-11} ve 10^{-8} aralığındadır.
- $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$: Dallanma oranı 10^{-18} ile 10^{-11} aralığındadır.
- $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$: Dallanma oranı 10^{-11} ve 10^{-8} aralığındadır.
- $\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$: Dallanma oranı 10^{-14} ve 10^{-21} aralığındadır.
- $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$: Dallanma oranı 10^{-18} ve 10^{-12} aralığındadır.

Bu oranlar, FCC ve CEPC gibi gelecekteki parçacık çarpıştırıcılarının beklenen hassasiyet sınırları içinde yer almakta ve gelecekteki deneylerde bu nadir parçalanmaları tespit etme olasılığını artırmaktadır. SUSY araçlarını kullanarak CMSSM modelindeki tau bozunumlarının sayısal analizi için metodoloji.



Şekil 25. SUSY araçlarını kullanarak CMSSM modelinde lepton ihlalini analiz etmek için akış şeması

Analiz, gerekli tüm yazılımları çalıştırmak için temel olarak Ubuntu işletim sisteminin kullanılmasıyla başlar. Başlangıçta, SARA (SUSY) paketi ile birlikte Mathematica, Kısıtlı Minimal Süpersimetrik Standart (CMSSM) Modeli içinde bir model geliştirmek için kullanılır. SARA, modellerin oluşturulmasını, Lagranjyenlerin türetilmesini ve renormalizasyon grubu denklemlerinin yanı sıra parçacık kütlesi ve karışım spektrumlarının hesaplanmasını kolaylaştırır. Ek olarak, FlavorKit, özellikle lepton aroma ihlali (LFV) gibi süreçlere odaklanarak aroma gözlemlenebilirlerini hesaplamak için kullanılır. Araştırmanın ana odağı, özellikle CMSS Modeli içindeki tau bozunma kanallarında LFV süreçleriyle ilgili dallanma oranları ve diğer gözlemlenebilir verilerdir. Bu bulgular, Standart Model'in ötesinde yeni fiziği ortaya çıkararak LFV olaylarında süpersimetrimin rolünü açıklığa kavuşturmayı amaçlamaktadır. Araştırılan kilit kanallar arasında, lepton lezzet simetrisini ihlal edebilecek ve potansiyel yeni simetrilerin veya parçacıkların ortaya çıkarılmasına yardımcı olabilecek tau bozunumları bulunmaktadır. Bir sonraki aşamada, Spheno programı SARA tarafından oluşturulan dosyaları işler. Spheno, renormalizasyon grubu denklemlerini çözmek ve parçacık kütlelerini, karışımları ve bozunma oranlarını hesaplamak da dahil olmak üzere temel sayısal hesaplamaları gerçekleştirir. Bu hesaplamalar, tau bozunumlarında meydana gelenler gibi LFV süreçlerinin davranışını tahmin etmek için hayati önem taşır. Spheno tarafından yapılan hesaplamalar tamamlandıktan sonra, sonuçlar ROOT çerçevesi kullanılarak analiz edilir. ROOT, verilerin görselleştirilmesi ve analizi için güçlü bir araç olarak hizmet eder. ROOT, dallanma oranları ve lepton flavour ihlalleri ile ilgili diğer gözlemlenebilirler için tahminlerden oluşan nihai sonuçları üretir. Bu tahminler, süpersimetrik parçacıkların davranışları ve Standart

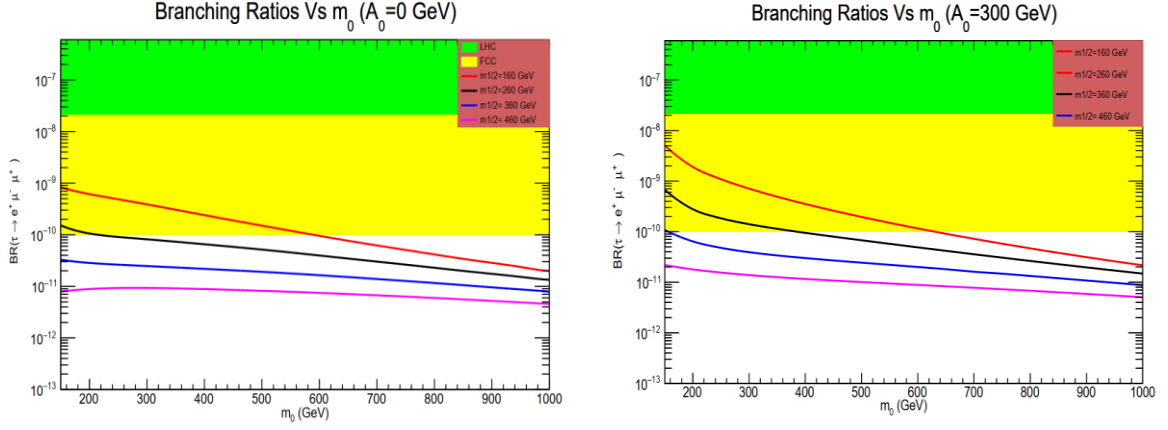
Model'in ötesindeki yeni fizikteki rolleri hakkında içgörüler sağlayacaktır. Teorik model oluşturmadan sayısal hesaplama ve veri analizine kadar uzanan bu kesintisiz iş akışı, araştırmacıların parçacık etkileşimleri anlayışımızı yeniden tanımlayabilecek yeni fiziksel olayları keşfetmelerine ve test etmelerine olanak tanır. Tau bozunumlarında LFV süreçlerinin incelenmesinde aşağıdaki kanallar araştırılacaktır:

- a) Tau leptonu bir pozitrona bozunur ve elektron çeker $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$
- b) Tau leptonu bir müon ve tow antimüonuna bozunur $\rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$
- c) Tau leptonu bir müon-antimüon çiftine ve bir elektrona bozunur $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$
- d) Tau leptonu bir antimüon ve elektron-pozitron çiftine bozunur $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$
- e) Tau leptonu bir antimüon çiftine ve elektron-pozitrona bozunur $\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$
- f) Tau leptonu bir müona bozunur ve yedek elektron $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$

Söz konusu süreçler Standart Model çerçevesinde nadirdir ve henüz ampirik gözlem yoluyla tespit edilmemiştir. Çalışmamızdaki nihai parametreler şunlardır: $A_0, m_0, m_{1/2}, \tan(\beta), \text{sign}(\mu), y_\nu, M_R$ yv'de büyük karışımli modeller elde edilir: $y_\nu = D_u U_{PMNS}^\dagger$ yv: Yukawa nötrino bağlaşım matrisi. D_u : Üst kuarklar için diyagonal Yukawa bağlaşım matrisi. UPMNS: leptonik karışım matrisi. Sayısal sonuçlar için $m_{\nu 1} \approx O(10^{-3})$ eV seçeceğiz. Yani, ağır nötrino kütleleri M_R a refixed: $(M_{R1}, M_{R2}, M_{R3}) = (4.0 \times 10^9 \text{ GeV}, 4.0 \times 10^9 \text{ GeV}, 5.9 \times 10^{14} \text{ GeV})$. Bu parametreler serbesttir $A_0, m_{1/2}, m_0, \tan(\beta), \text{sign}(\mu) > 0$ veya $\text{sign}(\mu) < 0$.

4.2.1. Br değışiminin analizi ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) ile ilgili olarak m_0

Dallanma oranının ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) m_0 'un bir fonksiyonu olarak değışimi incelendiğinde Şekil 26(a), dallanma oranındaki ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değışim incelendiğinde ise Şekil 26(b) elde edilir. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) m_0 : 'nin bir fonksiyonu olarak $\tan(\beta) = 40$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $M_{SUSY} = 1000$ GeV. BR'nin ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) en iyi değışim $m_0 = 150$ ve $m_{1/2} = 160$ GeV'dir.



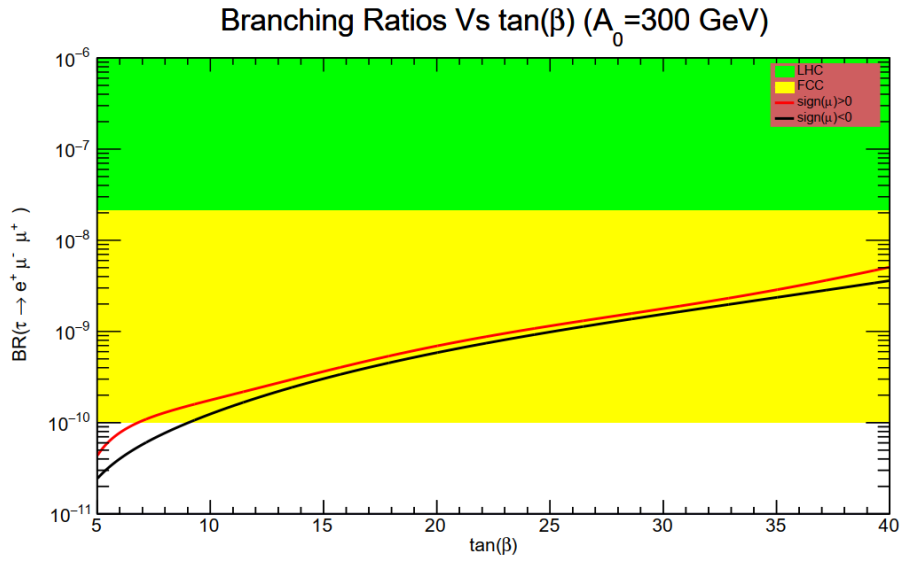
Şekil 26. $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 0$ GeV (a), $A_0 = 300$ GeV (b), $m_{1/2} = 160 \dots 460$ GeV ve $M_{SUSY} = 1000$ GeV'in bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$).

Şekil (a)

Şekil (b)

Şekil 26 (a), optimum BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değerine $m_{1/2} = 160$ GeV'de ulaşıldığını göstermektedir. BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değerleri, m_0 değerleri arttıkça azalan bir eğilim sergilemektedir. m_0 600 GeV'e eşit veya daha küçük olduğunda, BR($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değerlerinin FCC deneylerinin hassasiyet aralığına düştüğü dikkat çekmektedir. Benzer şekilde, Şekil 26(b) en yüksek BR'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) $m_{1/2} = 160$ GeV'de elde edildiğini vurgulamaktadır. m_0 değerleri arttıkça BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değerleri de azalmaktadır. Daha da önemlisi, m_0 660 GeV'e eşit veya daha küçük olduğunda, ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) değerleri FCC deneylerinin hassasiyet aralığına düşmektedir.

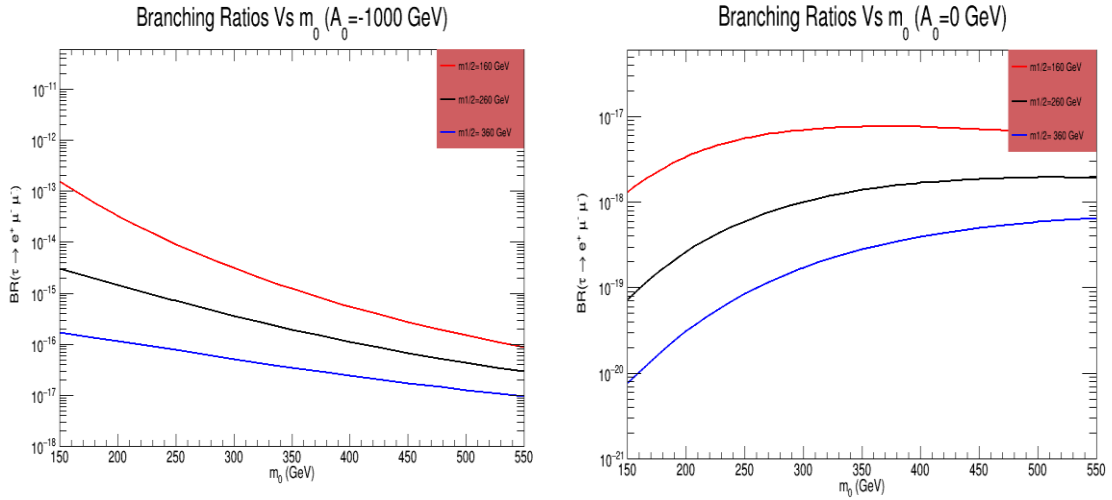
4.2.2. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) tan'ın fonksiyonu olarak analizi β



Şekil 27. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^+$) tan'ın bir fonksiyonu olarak $\beta = 5$, $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV (b), $m_{1/2} = [160-460]$ GeV ve $MSuSY = 1000$ GeV.

Dallanma oranları ile $\tan(\beta)$ arasındaki ilişkiyi, μ 'nun işaretlerine ve bunların bozunma süreçleri üzerindeki etkilerine özellikle dikkat ederek inceliyoruz. Grafik, bozunma için dallanma oranlarının ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) $\tan(\beta)$ ile nasıl değiştiğini göstermektedir. İki senaryo gösterilmektedir: biri $\text{sign}(\mu) > 0$ (kırmızı çizgi) ve diğeri $\text{sign}(\mu) < 0$ (siyah çizgi) için. Analiz, bozunma için dallanma oranının ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) $\tan(\beta) = 40$ ve $\text{sign}(\mu) > 0$ olduğunda en yüksek olduğunu göstermektedir. Bu, grafikteki kırmızı çizgi ile temsil edilmektedir. Buna karşılık, $\text{sign}(\mu) < 0$ olduğunda değerler daha düşüktür. Önemli bir eğilim gözlenmektedir: $\tan(\beta)$ arttıkça, ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) bozunumu için dallanma oranı sürekli olarak artmaktadır. Özellikle, $\tan(\beta) \geq 20$ 'den başlayarak, dallanma oranlarında belirgin bir artış vardır, bu da alta yatan etkileşimlerin güçlendiğini gösterir. $\tan(\beta) \geq 20$ için, bozunum için dallanma oranının üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) belirli parametrelerle tanımlanır: $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2}$ 160 ila 460 GeV arasında değişir, $A_0 = 300$ ve $MSuSY = 1000$ GeV. Bu parametreler, mümkün olan maksimum dallanma oranının çerçevesini belirler. Dallanma oranlarının $\tan(\beta)$ 'nin bir fonksiyonu olarak incelenmesi, μ işaretinin sonuçları önemli ölçüde etkilediğini açıkça göstermektedir. Pozitif $\text{sign}(\mu)$ değerleri (kırmızı çizgi), özellikle yüksek $\tan(\beta)$ değerlerinde daha yüksek dallanma oranlarına yol açmaktadır. Bozunma için en iyi değerler ($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$) $\tan(\beta) = 40$ ve $\text{sign}(\mu) > 0$ 'da bulunmuştur.

4.2.3. BR'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) fonksiyonu olarak incelenmesi m_0

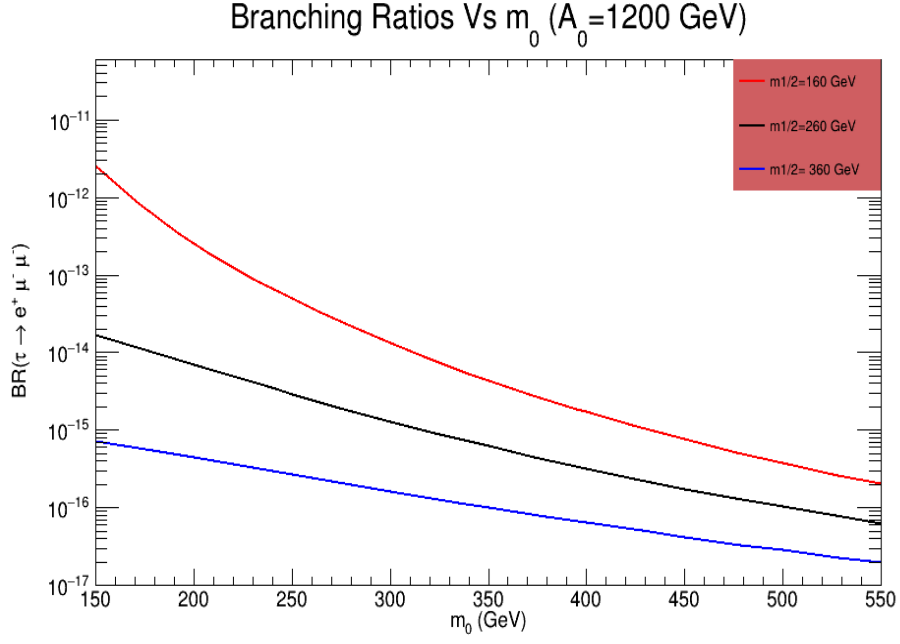


Şekil 28. BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) m_0 , $A_0 = -1000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, 260 GeV, 360 GeV ve $MSuSY = 1000$ 'in bir fonksiyonu olarak

Şekil (a)

Şekil (b)

m_0 'ın bir fonksiyonu olarak değişen BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) incelendiğinde Şekil 28 görülmektedir. Bu şekil, üç koşul altında m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$)'nin üst sınırını göstermektedir: $A_0 = -1000$ GeV, $A_0 = 0$, GeV ve $A_0 = 1200$ GeV. Şekil (a): $A_0 = -1000$ GeV. Soldaki diyagram ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) bozunma süreci için dallanma oranlarının (BR) üst sınırlarının m_0 'ın bir fonksiyonu olarak göstermektedir, $A_0 = -1000$ GeV'e ayarlanmıştır. Farklı eğriler $m_{1/2}$ 'nin çeşitli değerlerini temsil etmektedir (160 GeV, 260 GeV ve 360 GeV). Gösterilen tüm $m_{1/2}$ değerleri için, m_0 arttıkça BR azalır. Bu, negatif A_0 ile daha yüksek m_0 değerlerinin dallanma oranlarında bir azalmaya yol açtığını göstermektedir. BR'deki azalma A_0 parametresinden etkilenen kütle düzeltmeleri ile açıklanabilir. Özellikle, negatif A_0 değerlerinde, düzeltme etkileri artar ve BR'de daha belirgin bir düşüşe neden olur. $A_0 = -1000$ GeV ile bozunma süreci ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için en iyi dallanma oranları en düşük m_0 değerlerinde ve $m_{1/2} = 160$ GeV'de elde edilir. En yüksek BR değeri ise $m_0 = 150$ GeV ve $m_{1/2} = 160$ GeV değerlerindedir (b): $A_0 = 0$ GeV: Sağdaki diyagram m_0 'ın bir fonksiyonu olarak bozunma süreci ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için dallanma oranlarının (BR) üst sınırlarını göstermektedir, ancak $A_0 = 0$ GeV'e ayarlanmıştır. Farklı $m_{1/2}$ değerleri (160 GeV, 260 GeV ve 360 GeV) de gösterilmiştir. Soldaki diyagramın aksine, bu senaryoda m_0 arttıkça BR de artmaktadır. BR'deki bu artış, $A_0 = 0$ GeV olduğunda mevcut olan ek düzeltmelerin yokluğuna bağlanabilir. Bu nedenle, BR daha az etkilenir ve artan m_0 değerleri ile pozitif bir korelasyon gösterir. $A_0 = 0$ GeV ile bozunma süreci ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için en iyi dallanma oranları en yüksek m_0 değerlerinde ve $m_{1/2} = 160$ GeV'de elde edilir. En yüksek BR değeri $m_0 = 550$ GeV ve $m_{1/2} = 160$ GeV değerlerindedir. $A_0 = 0$ GeV için (Şekil (b)), bu düzeltmeler yoktur ve artan m_0 ile BR'de bir artışa neden olur. ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için en iyi dallanma oranları, her iki senaryoda da m_0 ve $m_{1/2}$ 'nin farklı kombinasyonlarında elde edilir ve bu parametrelerin parçacık bozunma olasılıklarını tahmin etmedeki kritik rolünü vurgular. Şekil 28, $A_0 = 1200$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) üst sınırını göstermektedir. Bu şekil, farklı A_0 değerlerinin dallanma oranlarını nasıl etkilediğine dair ek bir fikir vermektedir.



Şekil 29. The upper limit of BR ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) as a function of m_0 , $A_0=1200$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, 260 GeV, 360 GeV and MSuSY = 1000GeV

Her üç senaryo karşılaştırıldığında, dallanma oranları için en iyi sonuçlar $A_0 = 1200$ GeV ile elde edilir. Bu konfigürasyon en düşük m_0 değerlerinde en yüksek BR değerlerini verir. Diyagramlarda gözlemlenen eğilimler kütle düzeltme denklemleri ile açıklanabilir:

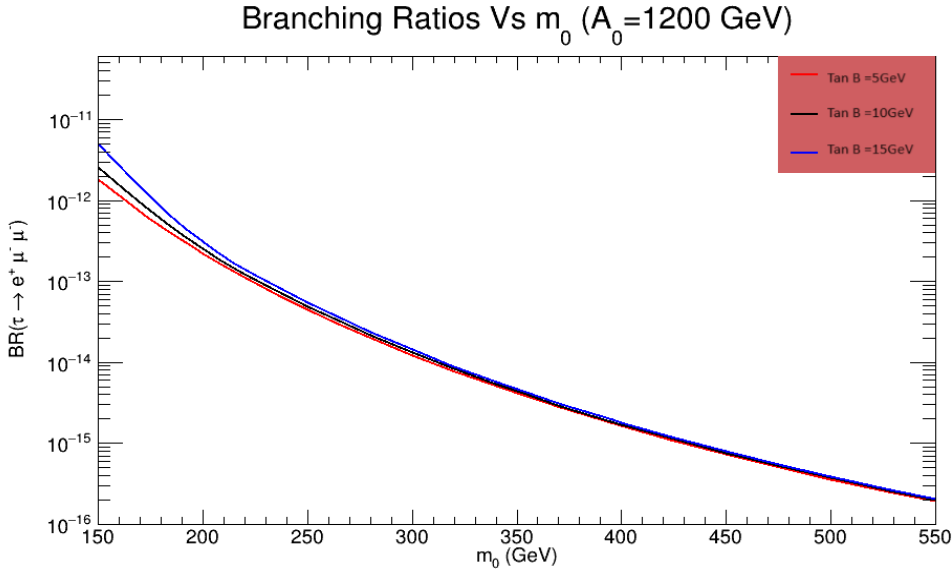
$$\Delta m_{\tilde{L}}^2 = -\frac{1}{8\pi^2} m_0^2 \left\{ 3 + \frac{A_0^2}{m_0^2} \right\} Y_v^\dagger Y_v \log \log \left(\frac{M_{\text{GUT}}}{M_R} \right),$$

$$\Delta T_1^2 = \frac{-3}{8\pi^2} A_0 Y_1 Y_v^\dagger Y_v \log \log \left(\frac{M_{\text{GUT}}}{M_R} \right), \Delta m_{\tilde{e}}^2 = 0, \frac{A_0}{m_0} = \text{const} = a_0 \Rightarrow A_0 = a_0 m_0.$$

$A_0 = -1000$ GeV için, düzeltmeler daha güçlüdür ve artan m_0 ile BR'de bir azalmaya yol açar. $A_0 = 0$ GeV için, bu düzeltmeler yoktur ve artan m_0 ile BR'de bir artışa neden olur. ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için en iyi dallanma oranları her iki senaryoda da m_0 ve $m_{1/2}$ 'nin farklı kombinasyonlarında elde edilir ve bu parametrelerin parçacık bozunma olasılıklarını tahmin etmedeki kritik rolünü vurgular.

4.2.4. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) tan'ın fonksiyonu olarak incelenmesi β

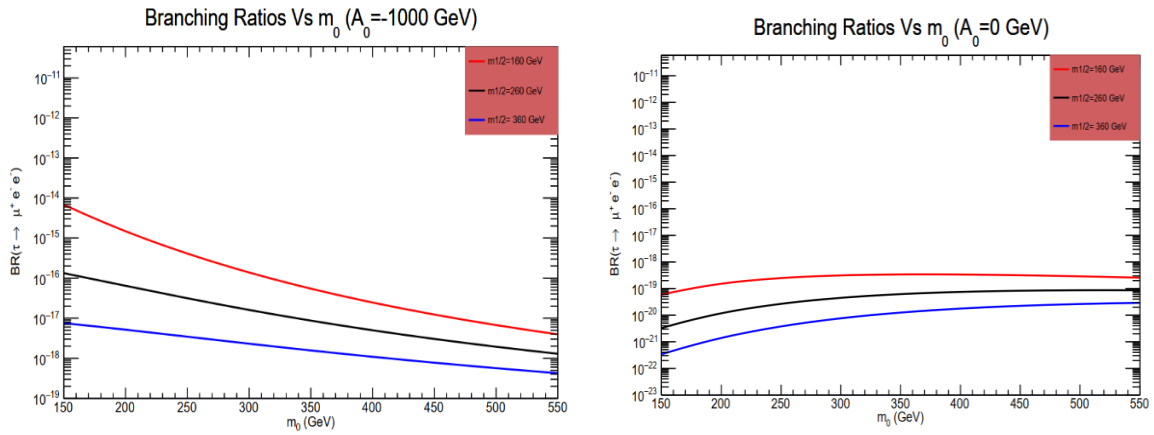
Şekil 30 incelendiğinde, $A_0 = 1200$ GeV'e ayarlanmışken m_0 'ın bir fonksiyonu olarak bozunma süreci ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$) için dallanma oranlarının (BR) üst sınırlarını göstermektedir.



Şekil 30. $A_0 = 1200$ GeV, $\tan(\beta) = 5$ (kırmızı), $\tan(\beta) = 10$ (siyah) ve $\tan(\beta) = 15$ (mavi), $m_0 = [150- 550]$ GeV ve $M_{\text{susy}} = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak $BR(\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-)$ üst sınırı.

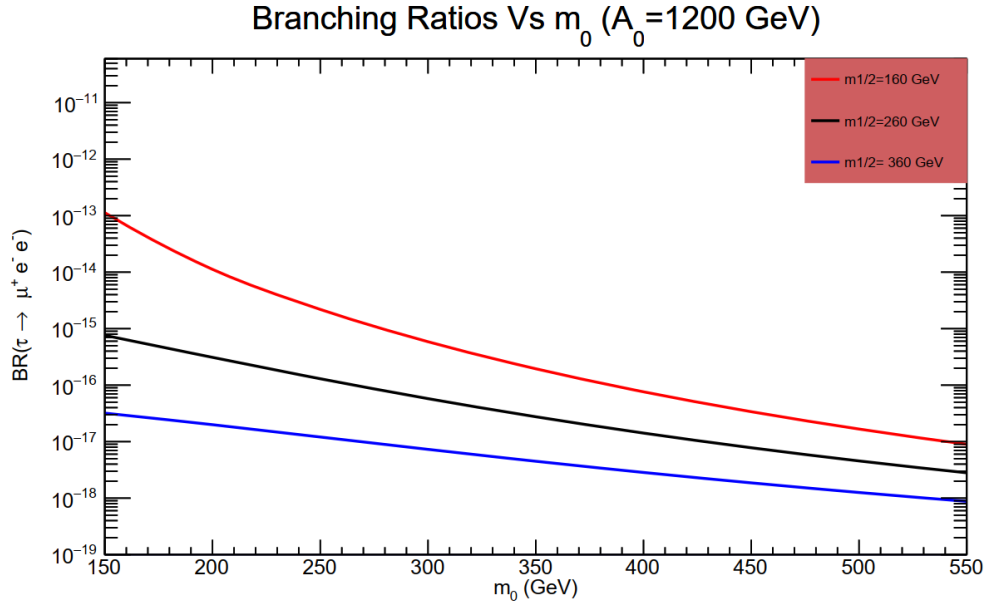
Farklı eğriler $\tan(\beta)$ 'nın çeşitli değerlerini temsil etmektedir (5, 10 ve 15). $\tan(\beta)$ 'nın gösterilen tüm değerleri için, $BR m_0$ arttıkça azalır, $A_0 = 1200$ GeV için önceki gözlemlerle tutarlıdır, burada daha yüksek m_0 değerleri dallanma oranlarında bir azalmaya yol açar. Farklı $\tan(\beta)$ değerleri karşılaştırıldığında, kırmızı eğri $\tan(\beta) = 5$ 'i, siyah eğri $\tan(\beta) = 10$ 'u ve mavi eğri $\tan(\beta) = 15$ 'i temsil eder. Her üç eğri de benzer bir azalma eğilimi gösterir, ancak başlangıç BR değerleri biraz farklıdır. Düşük m_0 değerlerinde, kırmızı eğri ($\tan(\beta) = 5$) en yüksektir, bunu siyah eğri ($\tan(\beta) = 10$) ve ardından mavi eğri ($\tan(\beta) = 15$) takip eder. En yüksek BR değerleri $\tan(\beta) = 5$ (kırmızı eğri) için gözlemlenmiştir. Bu, verilen $\tan(\beta)$ değerleri arasında $\tan(\beta) = 5$ 'in bozunma süreci için en yüksek dallanma oranlarına yol açtığını gösterir ($\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$).

4.2.5. Br'nin ($\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$) m_0 'ın fonksiyonu olarak analizi



Şekil 31. $A_0 = -1000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2} = 260$ GeV (siyah) ve $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_0 = 150 \dots 550$ GeV ve $M_{SUSY} = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$).

Görüntü, $m_{1/2}$ 'nin farklı değerleri ve A_0 'ın iki farklı değeri ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$ bozunumu için dallanma oranını (BR) gösteren iki grafikten oluşmaktadır. Soldaki grafikte $A_0 = -1000$ GeV olarak ayarlanmıştır. m_0 150'den 550 GeV'e yükseldikçe dallanma oranı azalır. Çizim, $m_{1/2}$ 'nin farklı değerlerini temsil eden üç çizgi içermektedir: 160 GeV, 260 GeV ve 360 GeV. Her $m_{1/2}$ değeri için, daha yüksek m_0 değerleri daha düşük dallanma oranlarına karşılık gelir. Sağdaki grafikte A_0 değeri 0 GeV olarak ayarlanmıştır. m_0 değeri 150 ila 560 GeV arasında arttıkça, dallanma oranı hafif bir artış gösterir. Soldaki grafiğe benzer şekilde, bu grafik de farklı $m_{1/2}$ değerleri için üç çizgi içerir: 160 GeV, 260 GeV ve 360 GeV. Bu grafiklerdeki dallanma oranı eğilimleri, tau bozunma sürecinin m_0 ve $m_{1/2}$ parametrelerine olan duyarlılığını vurgulamaktadır ve A_0 dallanma oranlarının genel davranışını önemli ölçüde etkilemektedir. Bu sonuçlar, bu bozunumları araştırmak için daha yüksek hassasiyete sahip gelecekteki deneylerin önemini vurgulamaktadır.

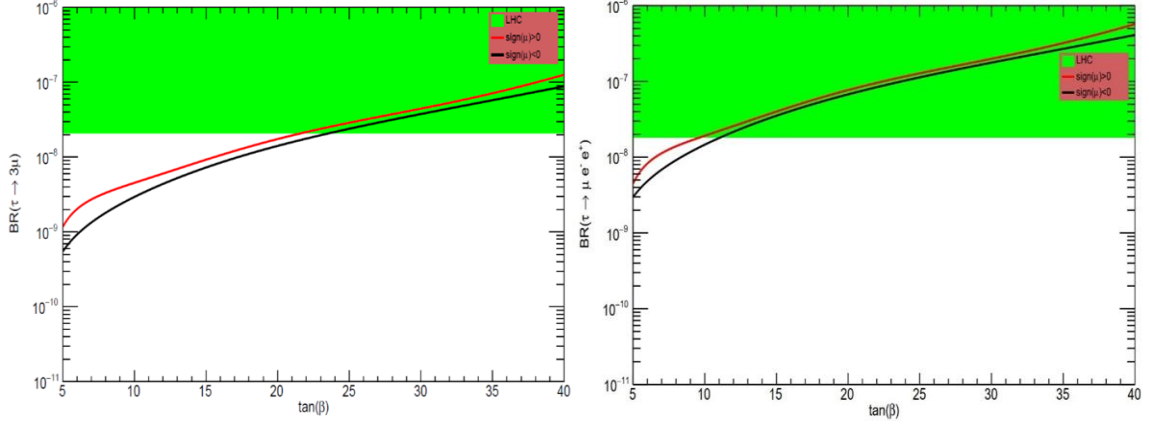


Şekil 32. $A_0 = 1200$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2} = 260$ GeV (siyah) ve $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_0 = [150- 550]$ GeV ve $M_{SuSY} = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau \rightarrow \mu^+ e^- e^-$).

Çizim, $A_0 = 1200$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$ bozunumu için dallanma oranını göstermektedir. $m_{1/2}$ 'nin farklı değerlerini temsil eden üç çizgi vardır: 160 GeV, 260 GeV ve 360 GeV. m_0 150'den 550 GeV'e yükseldikçe, dallanma oranı $m_{1/2}$ 'nin tüm değerleri için azalır. Kırmızı çizgi $m_{1/2} = 160$ GeV'e, siyah çizgi $m_{1/2} = 260$ GeV'e ve mavi çizgi $m_{1/2} = 360$ GeV'e karşılık gelir. Daha yüksek $m_{1/2}$ değerleri daha düşük dallanma oranlarıyla sonuçlanır. Grafik, $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$ bozunumu için dallanma oranının m_0 ile ters ilişkili olduğunu göstermektedir. Düşük m_0 değerleri, mevcut ve gelecekteki deneyler tarafından tespit edilme olasılığı daha yüksek olan daha yüksek dallanma oranlarına yol açar.

4.2.6. Br ($\tau \rightarrow 3\mu$) ve br ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değerlerinin tan değerine göre değişiminin incelenmesi β

Dallanma oranının ($\tau \rightarrow 3\mu$) tan'ın bir fonksiyonu olarak değişimi incelendiğinde, Şekil 33(a) elde edilirken, dallanma oranındaki değişim incelendiğinde Şekil 33(b) oluşturulur ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$).



Şekil 33. BR üst sınırı ($\tau \rightarrow 3\mu$), BR ($\tau \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) tan fonksiyonu olarak, β , $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $MSuSY = 1000$ GeV "Şekil a", $m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $MSuSY = 1000$ GeV "Şekil b".

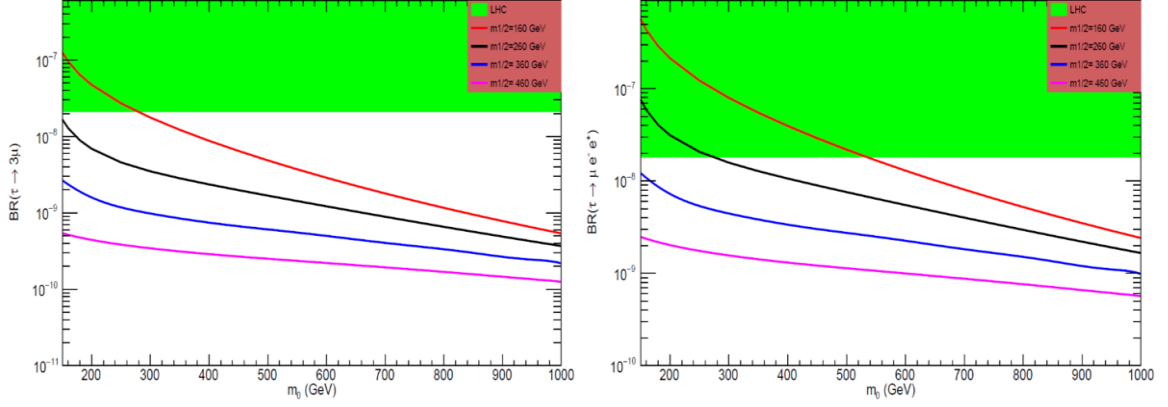
Şekil (a)

Şekil (b)

Şekil 33 (a)'da $\tau \rightarrow 3\mu$ için dallanma oranının (BR) tan olduğunda optimize olduğunu gözlemliyoruz $\beta = 40$ ve $\text{sign}(\mu) > 0$ (Kırmızı Çizgi. Tan β değerleri arttıkça, BR ($\tau \rightarrow 3\mu$) de yükselme eğilimi gösterir. Özellikle, tan β 20'ye ulaştığında veya aştığında, BR ($\tau \rightarrow 3\mu$) değerleri LHC deneylerinin hassasiyet aralığına düşer. Dikkatimizi Şekil 33(b)'ye çevirdiğimizde, $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$ için dallanma oranının (BR) $\text{sign}(\mu) > 0$ olduğunda en yüksek değerine ulaştığı görülmektedir (b, Kırmızı çizgi). Önceki duruma benzer şekilde, tan β değerleri arttıkça, BR ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) artan bir eğilim sergilemektedir. Tan β değeri 12'yi aştığında veya 12'ye eşit olduğunda, BR ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değerleri de LHC deneylerinin hassasiyet aralığına düşer.

4.2.7. Br ($\tau \rightarrow 3\mu$) ve br ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değişimlerinin m_0 'a göre

Dallanma oranının ($\tau \rightarrow 3\mu$) m_0 'ın bir fonksiyonu olarak değişimi incelendiğinde Şekil 34(a), dallanma oranındaki değişim incelendiğinde ise Şekil 34(b) elde edilir ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$).



Şekil 34. BR'nin üst sınırı ($\tau \rightarrow 3\mu$), $BR(\tau \rightarrow \mu^- e^+ e^-)$ m_0 'ın bir fonksiyonu olarak, $\tan\beta = 40$, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160, 260, 360, 460$ GeV, $\text{sign}(\mu) > 0$, $M_{SUSY} = 1000$ GeV

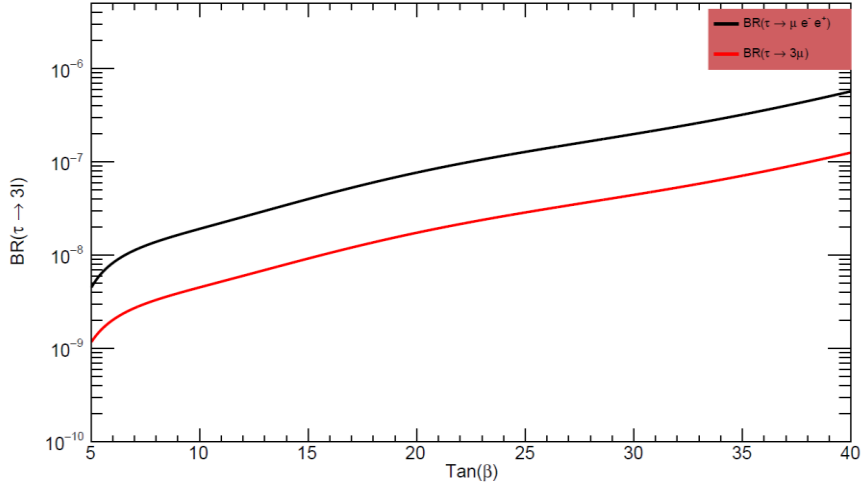
Şekil (a)

Şekil (b)

Şekil 34(a), optimum BR'nin ($\tau \rightarrow 3\mu$) $m_{1/2} = 160$ GeV'de elde edildiğini ortaya koymaktadır. $BR(\tau \rightarrow 3\mu)$ değerleri, m_0 değerleri arttıkça azalan bir eğilim sergilemektedir. m_0 değeri 270 GeV'den küçük veya eşit olduğunda, $BR(\tau \rightarrow 3\mu)$ değerlerinin LHC deneylerinin hassasiyet aralığına girmesi dikkat çekicidir. Benzer şekilde, Şekil 34(b) en yüksek BR'nin ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) $m_{1/2} = 160$ GeV'de elde edildiğini vurgulamaktadır. m_0 değerleri arttıkça $BR(\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-)$ değerleri de azalmaktadır. Daha da önemlisi, m_0 değeri 550 GeV'e eşit veya daha küçük olduğunda, ($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$) değerleri LHC deneylerinin hassasiyet aralığına girmektedir.

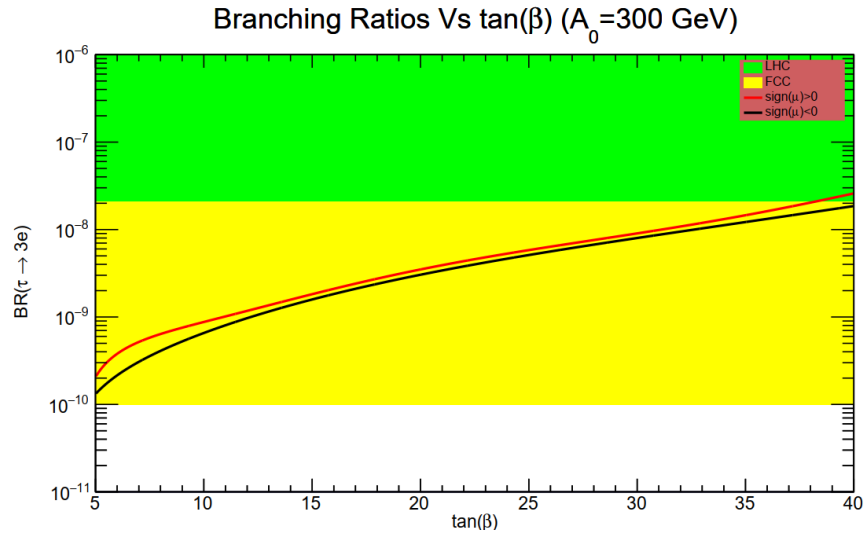
4.2.8. $BR(\tau \rightarrow 3\ell)$ 'nin $\tan\beta$ 'nin bir fonksiyonu olarak analizi

Değişen $BR(\tau \rightarrow 3\ell)$ $\tan\beta$ 'nin bir fonksiyonu olarak incelendiğinde, şekil (35) elde edilir. Bir dizi bozunma kanalı arasında en elverişli ve avantajlı dallanma oranını (BR) sergileyen, adresinin bozunmasını içeren süreçtir $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$.



Şekil 35. BR'nin üst sınırı ($\tau \rightarrow 3\ell$) $\tan\beta$ 'nin bir fonksiyonu olarak, $\beta m_0 = 150$ GeV, $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV, $\text{sign}(\mu) > 0, = 1000$ GeV. MSuSY.

4.2.9. Br'nin ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) $\tan\beta$ 'nin fonksiyonu olarak incelenmesi β



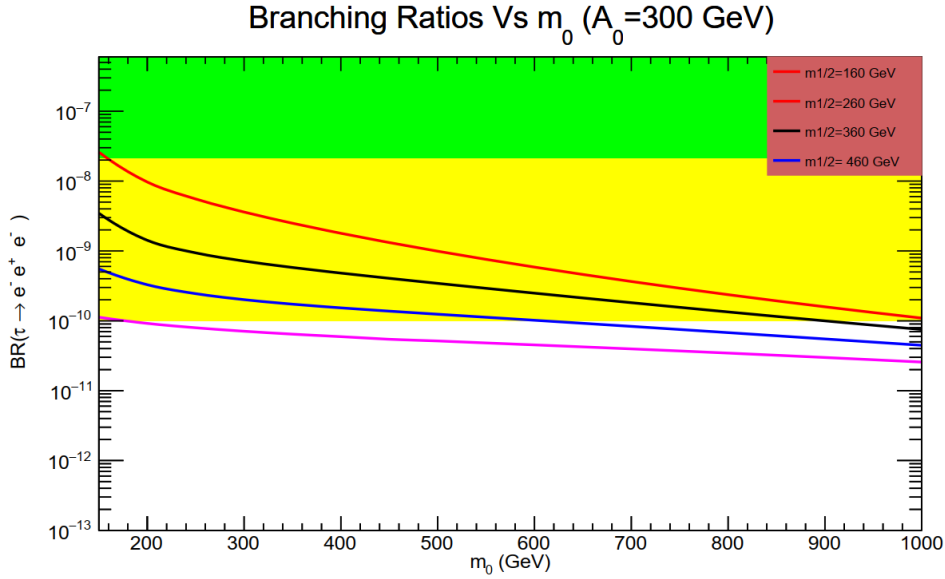
Şekil 36. $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$, $m_0 = 150$ GeV ve

MSuSY = 1000 GeV ile $\tan\beta$ 'nin bir fonksiyonu olarak BR'nin üst sınırı ($\tau \rightarrow 3e$).

Grafik, bozunma için dallanma oranının artan $\tan\beta$ ile $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ arttığını göstermektedir. $\tan\beta$ değerleri x ekseninde 5 ila 40 arasında değişirken, y ekseninde 10^{-11} ila 10^{-6} arasında logaritmik bir ölçekte dallanma oranını göstermektedir. $\tan\beta$ değeri 5'ten 40'a yükseldikçe, dallanma oranı önemli ölçüde artar. Bu, daha yüksek $\tan\beta$ değerlerinin bu lepton lezzetini bozan bozunma olasılığını artırdığını göstermektedir. Grafik, çeşitli deneyler için hassasiyet aralıklarını içermektedir: LHC (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı): üstteki yeşil bantla temsil edilir

ve mevcut deneylerin hassasiyetini gösterir. FCC (Geleceğin Dairesel Çarpıştırıcısı): sarı bant ile temsil edilir ve gelecekteki yüksek parlaklık deneylerinin öngörülen hassasiyetini gösterir. Dallanma oranı, $\tan\beta$ değerlerinin önemli bir aralığı için FCC gibi gelecekteki deneylerin duyarlılık aralığına düşmektedir. Bu, daha yüksek $\tan\beta$ değerlerini kapsayan gelecekteki yüksek hassasiyetli deneylerin, nadir lepton lezzetini bozan bozunumların araştırılması için özellikle önemli olacağı anlamına gelir.

4.2.10. Br 'nin ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) m_0 'ın fonksiyonu olarak analizi



Şekil 37. $A_0 = 300$ GeV, $m_{1/2} = 160$ GeV (kırmızı), $m_{1/2} = 260$ GeV (siyah) ve $m_{1/2} = 360$ GeV (mavi), $m_{1/2} = 460$ GeV (pembe), $m_0 = 150 \dots 1000$ GeV ve $MSuSY_{\text{max}} = 1000$ GeV ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak Br 'nin üst sınırı ($\tau^- \rightarrow 3e$).

Çizim, ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) bozunumu için dallanma oranının $m_{1/2}$ ve $A_0 = 300$ GeV'nin farklı değerleri ile m_0 'ın bir fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini göstermektedir. Birkaç çizgi $m_{1/2}$ 'nin farklı değerlerini temsil etmektedir: 160 GeV, 260 GeV, 360 GeV ve 460 GeV. m_0 150'den 1000 GeV'e yükseldikçe, ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) için dallanma oranı genellikle azalır. Her $m_{1/2}$ değeri için, daha yüksek m_0 değerleri daha düşük dallanma oranlarına karşılık gelir. Grafik, farklı deneyler için hassasiyet aralıklarını içermektedir: LHC (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı) ve FCC Çarpıştırıcısı. $m_{1/2} = 160$ GeV için dallanma oranları m_0 'ın düşük değerleri için LHC'nin hassasiyet aralığına girerken, diğer $m_{1/2}$ değerleri FCC hassasiyet aralığına girmektedir. Grafik, ($\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$) bozunumu için dallanma oranının m_0 ile ters ilişkili olduğunu göstermektedir. m_0 'ın düşük değerleri, mevcut ve gelecekteki deneyler tarafından tespit

edilmesi daha muhtemel olan daha yüksek dallanma oranlarına yol açar. FCC gibi daha yüksek hassasiyete sahip gelecekteki deneyler, özellikle $1/2$ 'nin daha yüksek değerleri için daha düşük dallanma oranlarını araştırabilecektir. Bu durum, nadir lepton flavour-violating süreçlerini keşfetmek için yüksek hassasiyetli aramaların önemini vurgulamaktadır.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

5.1. Sonuç Ve Genel Bakış

Çalışma Öngörülere: Bu araştırma, tau bozunumlarında lepton aroma ihlalini (LFV) keşfetmeye ve ardından LFV, CP ihlali, hiyerarşi sorunu ve nötrino salınımları gibi konuları ele almak için Standart Modeli (SM) genişletme motivasyonuna odaklanmaktadır. Çalışma, Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) ve Seesaw modelleri dahil olmak üzere temel çerçeveleri tanıtmaktadır. Daha sonra tau leptonunun özelliklerini ve bozunma kanallarını incelemekte, ardından MSSM-Seesaw modellerinde LFV'yi analiz etmektedir. $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$ bozunma kanalları CMSSM çerçevesinde analiz edilmiştir. Çalışmada A_0 sabit tutulurken m_0 dallanma oranlarının (BR) skaler kütle ile nasıl değiştiği belirlendi. BR'nin 5, 10 ve 15 GeV $\tan(\beta)$ değerleri için m_0 azaldıkça arttığı gözlemlenmiştir. m_0 ve BR arasında ters bir korelasyon vardır, bu da lepton çeşnisini ihlal eden (LFV) bozunma olasılıklarının skaler kütleyle duyarlılığını gösterir. Daha yüksek gaugino kütleleri $m_{1/2}$ daha düşük BR'lere yol açarak LFV bozunumlarının deneysel olarak tespit edilebilirliğini artırır. Bu bulgular, parçacık bozunma süreçlerinde dallanma oranlarını etkileyen mekanizmaların ve parametrelerin daha iyi anlaşılmasına katkıda bulunarak, yüksek enerji fiziğinde gelecekteki deneyler ve teorik modeller için değerli bilgiler sağlamaktadır.

Tablo 12 . Sonuçlarımız, deneysel sınırlarımız ve gelecekteki hassasiyetimiz

Tau decays	Our results	Experimental limits	Future Sensitivity
$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$	2.6×10^{-8}	$< 2.7 \times 10^{-8}$	10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$	1.26×10^{-8}	$< 1.7 \times 10^{-8}$	10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$	2.5×10^{-12}	$< 2.7 \times 10^{-8}$	10^{-9}
$\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-$	5.07×10^{-9}	$< 1.7 \times 10^{-8}$	10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$	6.71×10^{-8}	$< 1.8 \times 10^{-8}$	10^{-9}
$\tau^- \rightarrow \mu^+ e^- e^-$	5.7×10^{-7}	$< 1.5 \times 10^{-8}$	10^{-9}

5.1.1. Gelecek alışmalar

Bulgularımız nadir tau bozunma süreçlerinin tespiti ve ölçümünde önemli ilerlemelerin altını çizmektedir. Mevcut deneysel limitlerle karşılaştırıldığında, sonuçlarımız önemli gelişmeler göstermekte ve birkaç örnekte bu kriterler aşılmaktadır. Gelecek projeksiyonlar, yaklaşan deneylerin daha da yüksek hassasiyetlere ulaşabileceğini göstermektedir. Bu lmler, parçacık fiziğinin Standart Modelini test etmek ve yeni fiziği keşfetmek için çok önemlidir. Nadir tau bozunumları, Standart Model'in ötesinde yeni parçacıkları veya etkileşimleri tespit etmek için hassas bir prob sunar. Bu ölçümlerde hassasiyetin artırılması parçacık fiziğinde çığır açıcı keşiflere yol açabilir. Çalışmamız nadir tau bozunma süreçlerinin anlaşılmasında önemli bir ilerleme olduğunu göstermektedir. Gelecekte yapılacak daha yüksek hassasiyetli deneyler yalnızca kavrayışımızı derinleştirmekle kalmayacak, aynı zamanda Standart Model'in ötesinde yeni fiziğin ortaya çıkarılmasının da nn açacaktır.

KAYNAKÇA

- A. Baha Balantekin, B. K. (2018). On the Properties of Neutrinos. arXiv:1805.00922v1 [hep-ph] ; <https://doi.org/10.48550/arXiv.1805.00922>, p. 28.
- Abada, A., Alonso, R., De Romeri, V., & Vicente, A. (2014). Enhancing lepton flavour violation in the supersymmetric inverse seesaw beyond the dipole contribution. JHEP, 2014(4), 1–36. arXiv:1401.4266.
- A. Flores-Tlalpa, J. M.-V. (2002). Effective Lagrangian description of the lepton flavor violating decays $Z \rightarrow \ell_i \ell_j$; <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0112065v2>; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.073010>. Phys. Rev. D 65, 073010. Retrieved from <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0112065v2>
- A.V. Gladyshev, D. K. (2012). IS (Low Energy) SUSY STILL ALIVE?; <http://dx.doi.org/10.5170/CERN-2014-008.107>. 2012 European School of High-Energy Physics. Anjou, France.
- Aker, M. e. (2019). Analysis methods for the first KATRIN neutrino-mass measurement. . Phys. Rev. D 104, 012005 (2021).
- Akrami, Y. (2011). Supersymmetry vis-à-vis Observation: Dark Matter Constraints, Global Fits and Statistical Issues; Doctoral Thesis in Theoretical Physics; . Stockholm, Sweden: Department of Physics, Stockholm University.
- al., R. W. (2023 update). Particle Data Group. Prog.Theor.Exp.Phys.2022, 083C01 (2022). Retrieved 3 29, 2024, from <https://pdg.lbl.gov/2023/reviews/rpp2022-rev-ckm-matrix.pdf>
- Anamiati, G., Castillo-Felisola, O., Fonseca, R. M., Helo, J. C., & M., H. (2019). High-dimensional neutrino masses; arXiv:1806.07264v3 [hep-ph].
- Antusch, S., Arganda, E., Herrero, M. J., & Teixeira, A. M. (2006). LFV in tau and muon decays within SUSY seesaw. arXiv:hep-ph/0610439.
- Athron, D. P. (2012). CoEPP Supersymmetry Seminars-lecture6; <http://www.physics.adelaide.edu.au/cssm/seminars/SUSY/>. The University of Adelaide. Retrieved from <http://www.physics.adelaide.edu.au/cssm/seminars/SUSY/>
- ATLAS Collaboration. (2023, 3 31). Probing fundamental symmetries of nature with the Higgs boson. Retrieved 7 6, 2024, from <https://atlas.cern/Updates/Briefing/CP-Symmetry-Higgs>
- BAER, H., & TATA, X. (2023). Weak Scale Supersymmetry From Superfields to Scattering Events; <https://doi.org/10.1017/9781009289801>. Cambridge University Press.

- Barenboim, G. (2016). Neutrinos: Fast & Curious; <https://doi.org/10.48550/arXiv.1610.09835>. contribution to the 2016 European School of High-Energy Physics, Skeikampen, Norway , 15 - 28 June 2016, to appear as a CERN Yellow Report. , p. 22.
- Benoit, N. J. (2022). Neutrinos and lepton number oscillations in quantum field theory. Hiroshima University Doctoral Thesis.
- BETTINI, A. (2008). Introduction to elementary particle physics. CAMBRIDGE UNIVERSITY Press.
- Bettini, A. (2014). Introduction to Elementary Particle Physics (2nd Edition); www.cambridge.org/9781107050402. University of Padua, Italy: Cambridge University Press.
- Bi, X.-J., Dai, Y.-B., & Qi, X.-Y. (2001). Lepton Flavor Violation in Supersymmetric SO(10) Grand Unified Models; <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0010270v1>; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.096008>. Phys. Rev. D 63, 096008.
- Bolton, P. D. (2021). Exotic Neutrino Interactions as a Probe of Physics Beyond the Standard Model;Phd Thesis, <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10137534>. Department of Physics and Astronomy; University College London.
- Boruah, B. B., Sarma, L., & Das, a. M. (2021). Lepton flavor violation and leptogenesis in discrete flavor symmetric scotogenic model; arXiv:2103.05295v1 [hep-ph] 9 Mar 2021.
- Braathen, J. (2018). Automating Higgs precision calculations. THÈSE DE DOCTORAT, DE SORBONNE UNIVERSITÉ.
- Brdar, V. (2019). Type I seesaw mechanism as the common origin of neutrino mass, baryon asymmetry, and the electroweak scale; <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.100.075029>.
- Brunner, D. (2018). Lepton flavour violation in Z Boson decays; Master Thesis; Prof. Dr. Achim Stahl; <https://www.institut3b.physik.rwth-aachen.de/cms/particlephysics3b/forschung/cms/abschlussarbeiten/~hbtg/copy-of-abschlussarbeiten/?lidx=1>. RWTH Aachen university.
- Cao, S., Hong Van, N., Ngoc, T., & Quyen, P. (2022, 14, 56. <https://doi.org/10.3390/sym14010056>). Neutrino Mass Spectrum: Present Indication and Future Prospect. Symmetry.
- Caterina Doglioni, D. T. (2019). <https://atlas.cern/updates/feature/dark-matter>. (Atlas) Retrieved 28 3, 2024, from <https://atlas.cern/updates/feature/dark-matter>
- Chengcheng Han, M. L.-I. (2020). LFV and g-2 in non-universal SUSY models with light higgsinos; [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2020\)102](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2020)102).

- Collaboration, A. (2014). Search for the lepton flavor violating decay $Z \rightarrow e\mu$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector; arXiv:1408.5774v1 [hep-ex] 25 Aug 2014.
- Collaboration, S.-K. (n.d.). Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos; . Phys. Rev. Lett. 81, 1562 – Published 24 August 1998.
- Collaboration, T. A. (2021). Search for lepton-flavor-violation in Z-boson decays with τ -leptons with the ATLAS detector; arXiv:2105.12491v1 [hep-ex] 26 May 2021.
- Collaboration, T. K. (2022). Direct neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity. Nat. Phys. 18, 160–166 (2022).
- Croote, T. (2018). Search For Charged Lepton Flavour Violation in Z Boson Decays at CMS; <https://www.institut3b.physik.rwth-aachen.de/cms/particlephysics3b/forschung/cms/abschlussarbeiten/~hbtg/copy-of-abschlussarbeiten/?lidx=1>. RWTH Aachen University.
- Dappen, C. M. (2018). Lepton Flavour Violation in Z Boson Decays at CMS; Thesis submitted in Fulfillment of the Requirements for the Degree of Bachelor of Science; Referee: Prof. Dr. Achim Stahl, Co-referee: Dr. Oliver Pooth. RWTH Aachen University.
- Dev, A. (2023). Neutrino Oscillations and Mass Models; . <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.17685>.
- Dev, P. S. (2012). Supersymmetric inverse seesaw and its phenomenology, Phd Thesis, https://www.zhangqiaokeyan.com/academic-degree-foreign_mphd_thesis/02061671793.html. University of Maryland College Park.
- Dumont, B. (2014). Higgs, supersymmetry and dark matter after Run I of the LHC; <https://doi.org/10.1007/978-3-319-44956-2>; <https://cds.cern.ch/record/1969601>. Doctoral Thesis accepted by the University of Grenoble, France; Supervisor's: Dr. Sabine Kraml: Springer Cham.
- Fayet, P. (2016). The Supersymmetric Standard Model; https://doi.org/10.1142/9789814733519_0020. In The Standard Theory of Particle Physics (pp. 397-454). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Figueiredo, A. J. (2009). Lepton Flavour Violation in the Supersymmetric seesaw type-I. Instituto Superior Tecnico, Universidade Tecnica de Lisboa.
- Giri, U. (2015). Lepton Flavour Violation in Supersymmetry; Master THesis; under the guidance of Prof. Rohini Godbole and Prof. Sudhir Vempati; <http://dr.iiserpune.ac.in:8080/xmlui/handle/123456789/524> . Indian Institute of Science Education and Research Pune.

- Graneli, A. (2024). Standard and Non-Standard Aspects of Neutrino Physics; <https://doi.org/10.3390/universe10040164>. Universe 2024, 10(4), 164.
- Groups, C. (n.d.). CERN. Retrieved 7 4, 2024, from <https://home.cern/science/physics/standard-model>
- Hegedus, K. (2013). R-PARITY VIOLATION AND NEUTRINO MASS; master thesis; . London: Department of Theoretical Physics; Imperial College London.
- Holzbock, M. (2019). Searches for Electroweak Production of Supersymmetric Particles in Compressed Mass Spectra with the ATLAS Detector in LHC Run 2; <https://inspirehep.net/literature/1791606>; <https://edoc.ub.uni-muenchen.de/26112/>.
- Howard Baer, V. B. (n.d.). Lepton flavor violation from SUSY with nonuniversal scalars, Phys. Rev. Research 1, 033022(2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.1.033022>.
- <http://scipp.ucsc.edu>. (2021). Retrieved from <http://scipp.ucsc.edu:> http://scipp.ucsc.edu/~haber/ph218/Gauge_Theories_and_the_Standard_Model.pdf
- Ilakovac, A., & Pilaftsis, A. (1995). Flavour-violating charged lepton decays in seesaw-type models. Nucl Phys B, 437(3), 491–526. arXiv:hep-ph/9403398.
- Imaz, X. M. (2017). Lepton flavor violation from low scale seesaw neutrinos with masses reachable at the LHC; arXiv:1710.08032v1 [hep-ph] 22 Oct 2017.
- J. N. Esteves, M. H. (Published 20 January 2011). Supersymmetric type-III seesaw: lepton flavour violating decays and dark matter; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.013003>. Phys. Rev. D 83, 013003 .
- Jaffel, K. (Defense: Sep 8, 2023). Search for 2HDM neutral Higgs bosons through llbb final states at CMS in run 2 LHC data. Université catholique de Louvain; CERN-THESIS-2023-154; <https://cds.cern.ch/record/2871603>.
- Jennet Dickinson, S. B. (2022). A Grand Scan of the pMSSM Parameter Space for Snowmass 2021; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.05103>. arXiv, p. 26.
- Köhler, N. M. (2019). Searches for the Supersymmetric Partner of the Top Quark, Dark Matter and Dark Energy at the ATLAS Experiment; <https://doi.org/10.1007/978-3-030-25988-4>. Doctoral Thesis accepted by the Technical University of Munich, Munich, Germany: Springer Cham.
- Konigstorfer, S. A. (2023). First measurement of the absorption of anti- ^3He and anti- ^3H nuclei in matter and its impact on anti- ^3He propagation in the galaxy; <https://cds.cern.ch/record/2853706>. Munich, Tech. U.
- Krause, M. (2019). Higher-Order Corrections in the 2HDM, N2HDM and NMSSM; Doctoral Thesis; Supervisors: Margarete Muhlleitner(KIT, Karlsruhe), Rui Santos(KIT,

- Karlsruhe); DOI: 10.5445/IR/1000096645. Karlsruhe, Germany: Karlsruher Institut für Technologie (KIT).
- Krauß, M. B. (2013). Testing Models with Higher Dimensional Effective Interactions at the LHC and Dark Matter Experiments; <https://d-nb.info/1108780679/34>.
- Krauss, M. B., Meloni, D., Porod, W., & Winter, a. W. (2013). Neutrino Mass from a $d=7$ Effective Operator in a SUSY-GUT Framework; <https://arxiv.org/pdf/1301.4221.pdf>.
- Liu, Y. (March 2024). Testing heavy scale seesaw models at future colliders; Thesis: PhD Southampton U.; Supervisors: Stefano Moretti, Harri Waltari; <http://eprints.soton.ac.uk/id/eprint/488070>. Southampton University.
- Logan, H. E. (2022). TASI 2013 lectures on Higgs physics within and beyond the Standard Model ; arXiv:1406.1786v2 [hep-ph] 28 Nov 2017.
- Lorenzo Calibbi, G. S. (2018). Charged lepton flavour violation: An experimental and theoretical introduction, DOI: 10.1393/ncr/i2018-10144-0. Riv. Nuovo Cimento, Vol. 41 (2018) 71, pp. pp. 71-174.
- Marchesini, I. (2011). Triple gauge couplings and polarization at the ILC and leakage in a highly granular calorimeter; PhD Thesis; Supervisors: Philip Bechtle, Peter Schleper, Gudrid Moortgat-Pick; <https://cds.cern.ch/record/2313353?ln=en>. Hamburg: Hamburg University.
- Marco Ardu, G. P. (2022). Introduction to Charged Lepton Flavour Violation; arXiv:2204.08220v1 [hep-ph] 18 Apr 2022.
- Martin, S. P. (2016). A Supersymmetry Primer; arXiv:hep-ph/9709356v7.
- Morán, M. P. (2020). Lepton Flavor Violation Phenomenology Beyond the Standard Model; <https://inspirehep.net/files/1e4f778039cb3b5373f428445c284663>.
- Mukherjee, S. (2018). Search for Charged Lepton Flavour Violation at CMS. EPJ Web of Conferences 182, 02090 (2018); <https://doi.org/10.1051/epjconf/201818202090>. EPJ Web of Conferences 182, 02090 (2018).
- Neil D. Barrie, C. H. (n.d.). Type II Seesaw Leptogenesis; [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2022\)160](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2022)160). J. High Energ. Phys. 2022, 160 (2022).
- Nova-Brent, M. (2021). New physics in rare b-decays: theoretical constraints and phenomenological consequences; <https://theses.hal.science/tel-03406170/>.
- Pantskhava, L. (2019). Grand Unification of Fermion Masses; http://training.hepi.tsu.ge/StructDoctProg/activities/sources/LP_Master_Thesis.pdf. Master's thesis in physics, UNIVERSITY OF L'AQUILA.

- Paulina Knees, D. E.-F. (2023). Phenomenological implications of sterile neutrinos in the $\mu\nu$ SSM and dark matter; <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2023.102865>. *Astroparticle Physics*.
- Pérez, R. C. (2021). Radiative neutrino masses: A window to new physics ;<https://roderic.uv.es/handle/10550/78539> ; <https://arxiv.org/abs/2105.01896>.
- Pernow, M. (2021). Models of SO(10) Grand Unified Theories : Yukawa Sector and Gauge Coupling Unification; <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1607742&dswid=9347>. Stockholm (2021): PhD dissertation, KTH Royal Institute of Technology.
- Rodriguez, M. C., & Vancea, I. V. (2023). Neutrino Masses in Supersymmetric Models with R-Symmetry; <https://doi.org/10.3390/particles6040062>. *Particles* 2023, 6, 975–992.
- Rowley, S. J. (2020). Phenomenology of Unification-Inspired Theories of Physics Beyond the Standard Model. thesis of doctoral, University of Southampton.
- Ruiz, R. (2018). Lepton Number Violation: Seesaw Models and Their Collider Tests; arXiv:1711.02180v2 [hep-ph] 31 May 2018.
- S. S. AbdusSalam, B. C. (2011). Benchmark Models, Planes, Lines and Points for Future SUSY Searches at the LHC; <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1835-7>. *Eur. Phys. J. C* 71, 1835 (2011).
- S.F.King. (2007). Neutrino mass; <https://doi.org/10.1080/00107510701770539>. *Contemporary Physics*, 48(4), 195–211.
- Shigekami, Y. (Submitted: December 2017, Revised: February 2018). Model-specific predictions and testability in realistic supersymmetric grand unified models. Ph.D. Thesis, Theoretical Elementary Particle Physics Group, Department of Physics, Nagoya University.
- Smaranda, D. D. (2020). Grand Unified Theories in Extra Dimensions; PhD thesis; Supervised by Dr. David J. Miller and Dr. Christoph Englert; <https://theses.gla.ac.uk/id/eprint/81275>. College of Science and Engineering, University of Glasgow.
- Smith, E. (2019). *The Hierarchy Problem*. The University of Chicago.
- Soleimani, A. (2010). Supersymmetric Dark Matter And Lepton Flavor Violation; PHD thesis, <https://hdl.handle.net/1808/7407>. University of Kansas.
- Suzuki, Y. (n.d.). The Super-Kamiokande experiment; <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6796-2>. *Eur. Phys. J. C* 79, 298 (2019).
- T. Deppisch, S. S. (2019). Confronting SUSY SO(10) with updated Lattice and Neutrino data; [https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2019\)005](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2019)005). *J. High Energy Phys.* 01, 005 (2019).

- V. De Romeri, M. H. (2017). Lepton flavor violating Z decays: A promising window to low scale seesaw neutrinos; <https://arxiv.org/abs/1607.05257>.
- Vempati, S. K. (2012). Introduction to the MSSM; arXiv:1201.0334v1 [hep-ph] 1 Jan 2012. arXiv.
- Vicente, A. (2011). Phenomenology of supersymmetric neutrino mass models, Ph. D. thesis, Supervisors: Jos e W. F. Valle and Martin Hirsch; <https://doi.org/10.48550/arXiv.1104.0831>. Val ncia: University of Valencia.
- Vicente, A. (2015). Lepton Flavor Violation beyond the MSSM; <http://dx.doi.org/10.1155/2015/686572>.
- Villamizar, Y. S. (2019). Phenomenology of the Type-II Mechanism; Master's of Physics; Dissertation supervised by:Farinaldo Queiroz; . <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/28261>: Federal University Rio Grande do Norte.
- Virdee, T. S. (2016). Beyond the standard model of particle physics.
- Volpp, M. (2017). RUNNING OF RADIATIVE NEUTRINO MASSES A Study of the Zee-Babu Model; Master Degree; advisor: Raffelt; <https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/TMP/theses/thesisvolpp.pdf>. Munchen: Theoretical and Mathematical Physics, the Ludwig Maximilian University.
- Vu, P. A. (2019). Higgs Boson masses in the Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model with Inverse Seesaw Mechanism; https://ifirse.icise.vn/wp-content/uploads/2019/07/PAVu_bachelor_thesis_July2019.pdf. Ho Chi Minh City: Institute For Interdisciplinary Research in Science and Education, ICISE, Quy Nhon, Vietnam.
- Wang, W., Zhang, Z., & Wang, Z. (2015). RG evolution and lepton flavor violation in Type-I seesaw. *Eur Phys J C*, 75(12), 597. arXiv:1509.05388.
- Weiß, C. (2012). Lepton Flavor Violation in Supersymmetric Seesaw III Models; DIPLOMA THESES; <https://www.physik.uni-wuerzburg.de/en/tp2/research/publications/diploma-theses/>. Institute for Theoretical Physics and Astrophysics, Julius Maximilian University of W rzburg.
- Xing, Z. (n.d.). Neutrino Physics; <https://doi.org/10.23730/CYRSP-2017-002.177>. Puri, India, 4–17 November 2014, edited by M. Mulders and R. Godbole, CERN Yellow Reports: School Proceedings, Vol. 2/2017, CERN-2017-005-SP (CERN, Geneva, 2017).
- Yokoyama, M. G.-G. (2023). Neutrino Masses, Mixing, and Oscillations;<https://pdg.lbl.gov/2023/reviews/rpp2022-rev-neutrino-mixing.pdf>.

Yu Cheng, X.-G. H.-L.-W. (n.d.). Type-II seesaw triplet scalar effects on neutrino trident scattering; <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2022.137218>. Physics Letters B; Volume 831, 10 August 2022, 137218.

Yuta Hamada, H. K.-y. (2021). Minimal scenario of criticality for electroweak scale, neutrino masses, dark matter, and inflation; <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09735-z>.